



М В И З Р С В Я З И

М.А. Быховский

Гиперфазовая
модуляция – оптимальный
метод передачи сообщений
в гауссовских каналах связи

Книга посвящается памяти
выдающихся ученых XX века
К. Шеннона и В.А. Котельникова

ТЕХНОСФЕРА

Москва
2018

УДК 621.39(075.8)

ББК 32.973(я73)

Б95

Рецензенты:

член-корреспондент РАН, профессор А.В. Дворкович,

доктор технических наук, профессор А.И. Скородумов

Б95 Быховский М.А.

**Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи
сообщений в гауссовских каналах связи**

Москва: ТЕХНОСФЕРА, 2018. – 310с. ISBN 978-5-94836-478-0

Монография посвящена актуальным вопросам, связанным с выбором для проектируемых систем связи многомерных ансамблей сигналов, позволяющих передавать сообщения по каналам связи с максимально возможной скоростью (максимальной спектральной эффективностью), а также с максимальной энергетической эффективностью, теоретический предел которых был установлен создателем теории информации Клодом Шенноном.

В ней дан аналитический обзор основных современных методов построения помехоустойчивых кодов, предназначенных для передачи сообщений в дискретных каналах связи, и двумерных и многомерных ансамблей сигналов, с помощью которых сообщения передаются в непрерывных каналах связи.

В монографии представлен ряд новых результатов. Изложены новые методы определения вероятности ошибки при приеме многомерных сигналов, позволившие обобщить теорему Шеннона о пропускной способности непрерывного канала связи на случай, когда сигналы имеют ограниченную длительность и известна требуемая вероятность ошибки, возникающей при демодуляции принятых сигналов. В книге развиты конструктивные методы построения многомерных ансамблей объемно- и поверхностно-сферических сигналов, которые, как было показано Шенноном, являются оптимальными для передачи сообщений в канале связи с белым гауссовским шумом. Предложен метод оценки энергетической эффективности систем связи. Этот метод использован для сравнения систем связи, в которых используются разные методы модуляции и разные помехоустойчивые коды. Показано, что в системах связи, в которых используются многомерные ансамбли сигналов, применение помехоустойчивых кодов нецелесообразно.

Книга адресована научным работникам и инженерам – специалистам в области разработки и проектирования новых наземных, спутниковых телекоммуникационных систем связи, систем подвижной связи и цифрового вещания. Она может быть использована в качестве учебного пособия для аспирантов и студентов инфокоммуникационных и радиотехнических специальностей.

УДК 621.39(075.8)

ББК 32.973(я73)

© 2018, Быховский М.А.

© 2018, АО «РИЦ «ТЕХНОСФЕРА», оригинал-макет, оформление

ISBN 978-5-94836-478-0

MARK BYKHOVSKIY

Hyperphase Modulation — the optimal method of message transmission in the Gaussian communication channels

To the memory for outstanding scientists,
founders of the communication theory —
Claude Shannon and Vladimir Kotelnikov

TECHNOSPHERA
Moscow
2018

UDK 621.39(075.8)

ББК 32.973(я73)

B18

Bykhovskiy M.A.

Hyperphase Modulation — the optimal method of message transmission in the Gaussian communication channels.

M.: Technosphaera publishers, 2018. — 310 p.

ISBN 978-5-94836-478-0

The monograph highlights topical issues related to the choice of signal ensembles and error correcting codes for the new communication systems, enabling to transmit messages through communication channels with maximum possible speed and power efficiency, whose theoretical limit was set by the creator of information theory Claude Shannon.

It provides an analytical overview of the main modern methods of the development of error correcting codes for transmitting messages in discrete communication channels, and two-dimensional and multi-dimensional signal ensembles by which the messages are transmitted in continuous communication channels.

The monograph presents a number of new results. It sets out new methods for determining the probability of error when receiving multi-dimensional signals, enabling to apply the Shannon theorem about the bandwidth of the continuous communication channel to the case when the signals are of limited duration and the probability of error occurring during their demodulation is known. The book develops efficient design methods for constructing volume-spherical and surface-spherical ensembles that (as shown by Shannon) are optimal for transmitting messages in a communication channel with white Gaussian noise. The author proposes the method for evaluating the power efficiency of communication systems, which is being used to compare the communication systems that use different modulation methods and the error correcting codes. It is shown that in communication systems in which for message transfer multidimensional ensembles of signals are used, application of error correcting codes is inexpedient.

The book is recommended for scientists and engineers - experts in the field of development and design of message transmission systems via communication channels, as well as for graduate students studying info-communication and radio engineering specialties.

Reviewers: Dvorkovich Alexander Viktorovich, Corresponding member of Russian Academy of Science, PhD, Professor
Skorodumov Andrey Ivanovich, PhD, Professor, Chief of Sub-faculty of MTUSI

All rights reserved. Reproduction of the book in whole or any part its in any form and by any means, including photo copying, reprinting or any informational distribution on Internet sites or in its networks, as well as edition realization is forbidden without written permission of the author.

©2018, Bykhovskiy M.A.

©2018, Technosphaera publishers

Содержание

Предисловие	13
Введение	18
1. Основные результаты Шеннона, относящиеся к передаче сообщений в гауссовых каналах связи	21
2. Представление сигналов в виде сигнальных точек в N -мерном пространстве	26
3. Обзор содержания книги	29
<i>Литература</i>	32
 ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДИРОВАНИЯ И ДЕКОДИРОВАНИЯ СООБЩЕНИЙ	
1. Описание линейных блочных кодов с помощью матриц	34
1.1. Коды Галлагера	37
1.1. Коды Галлагера	38
2. Блочные циклические коды	39
2.1. Основные параметры циклических кодов	44
3. Сверточные коды	46
4. Декодеры кодов в системах связи, в которых в демодуляторе принимаются «жесткие» решения	50
4.1. Декодер Меггита	50
4.2. Декодеры кодов Боуза — Чоудхури — Хоквингема и Рида — Соломона	51
5. Декодеры кодов в системах связи, в которых в демодуляторе принимаются как «жесткие», так и «мягкие» решения	53
5.1. Алгоритм «мягкого» декодирования блочных кодов	53
5.2. Декодирование мажоритарных кодов	54
5.3. Декодирование сверточных кодов	57
6. Декодирование кодов Галлагера	60
7. Составные коды и методы их декодирования	61
7.1. Каскадные коды	62
7.2. Обобщенные каскадные коды	65
7.3. Турбокоды	66
8. Эффективность применения помехоустойчивых кодов	71
9. Основные исторические этапы развития помехоустойчивого кодирования	73
<i>Литература</i>	75

ГЛАВА 2. ПРИЕМ СООБЩЕНИЙ В ДИСКРЕТНЫХ КАНАЛАХ

СВЯЗИ	78
1. Пропускная способность дискретного симметричного канала связи	79
2. Связь кодовой скорости передачи сообщений и количества ошибок, исправляемых помехоустойчивыми кодами	81
3. Исследование зависимости вероятности ошибки в принятых кодовых комбинациях от их длины	87
3.1. Анализ полученных результатов	87
3.2. Порядок определения параметров помехоустойчивого кода	90
4. Помехоустойчивость приема каскадных кодов и оценка сложности их декодирования	92
4.1. Анализ помехоустойчивости приема каскадных кодов	94
4.2. Результаты расчетов помехоустойчивости каскадных кодов	95
4.3. Модифицированный метод каскадного кодирования	97
<i>Литература</i>	99

ГЛАВА 3. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ МОДУЛЯЦИИ

ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЙ ПО КАНАЛАМ СВЯЗИ	100
1. Одномерные и двумерные ансамбли сигналов	103
2. Ортогональные и биортогональные ансамбли сигналов	107
3. Перестановочная модуляция	109
4. Многомерные ансамбли сигналов	110
4.1. Ансамбль сигналов Велти	111
4.2. Решетчатая кодированная модуляция	113
4.3. Многоуровневая кодовая модуляция	119
4.4. Кодовая модуляция с битовым перемежением	122
5. Эффективность двумерных и многомерных многопозиционных сигналов	123
6. Основные исторические этапы разработок конструкций сигналов для передачи сообщений по каналам связи	128
<i>Литература</i>	130

ГЛАВА 4. ОПТИМАЛЬНАЯ ДЕМОДУЛЯЦИЯ

И ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМА СИГНАЛОВ ДВУМЕРНЫХ АНСАМБЛЕЙ	132
1. Характеристики ансамблей многопозиционных сигналов	132
1.1. Многопозиционные сигналы с квадратурной амплитудной модуляцией	133
1.2. Многопозиционные сигналы, построенные на основе гексагональной решетки	136

1.3. Многопозиционные сигналы с фазовой и амплитудно-фазовой модуляцией	139
2. Оптимальная демодуляция и помехоустойчивость приема двумерных сигналов	141
2.1. Сигналы с M-QAM	141
2.2. Сигналы с M-HEX	147
2.3. Сигналы с M-PSK и M-APSK	148
3. Спектральная и энергетическая эффективность систем связи с M-QAM	151
<i>Литература</i>	151

ГЛАВА 5. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВЫСОКОЙ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИЕМА СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ

1. Пропускная способность канала связи с АБГШ	157
2. Определение помехоустойчивости приема объемно-сферических сигналов	160
2.1. Анализ полученных результатов	162
3. Определение помехоустойчивости приема оптимальных сигналов, расположенных на поверхности многомерной сферы	166
3.1. Анализ полученных результатов	171
4. Метод определения помехоустойчивости приема многомерных сигналов, основанный на анализе алгоритма их обработки в оптимальном демодуляторе	177
4.1. Сигналы поверхностно-сферического ансамбля. Общий случай	177
4.2. Поверхностно-сферические сигналы с PSK	182
4.3. Анализ полученных результатов	184
<i>Литература</i>	188

ГЛАВА 6. ГИПЕРФАЗОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ

1. Построение поверхностно-сферического ансамбля сигналов	192
2. Удельная скорость передачи сообщений в системах с ГПФМ	197
3. Модуляторы для сигналов с ГПФМ в трех- и четырехмерном пространстве	198
3.1. Сигнальная диаграмма для ГПФМ в трехмерном пространстве	198
3.2. Функциональная схема модулятора для трехмерных сигналов с ГПФМ	202
3.3. Построение четырехмерных сигналов с ГПФМ	203

3.4. Функциональная схема модулятора для четырехмерных сигналов с ГПФМ	207
4. Прием сигналов с ГПФМ	208
4.1. Оптимальная демодуляция сигналов с ГПФМ	209
5. Помехоустойчивость приема сигналов с гиперфазовой модуляцией	213
6. Алгоритм формирования индексов модуляции, соответствующих номеру передаваемого сообщения	217
6.1. Пример формирования индексов модуляции для случая $N = 3$...	221
6.2. Пример формирования индексов модуляции для случая $N = 4$...	222
7. Алгоритм преобразования индексов модуляции в номер принятого сообщения	224
7.1. Пример преобразования индексов модуляции для $N = 3$	225
7.2. Пример преобразования индексов модуляции для $N = 4$	226
8. Объемно-сферические ансамбли сигналов	227
8.1. Построение объемно-сферических ансамблей сигналов	227
8.2. Характеристики объемно-сферических ансамблей сигналов	229
<i>Литература</i>	234

ГЛАВА 7. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ И СПЕКТРАЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

1. Границы энергетической и спектральной эффективности систем связи	236
2. Ортогональные, биортогональные N -мерные сигналы и перестановочная модуляция	243
2.1. Помехоустойчивость приема ортогональных сигналов	244
2.2. Помехоустойчивость приема сигналов с перестановочной модуляцией	245
2.3. Анализ характеристик систем связи, использующих ортогональные, биортогональные АС и АС с перестановочной модуляцией	250
3. Энергетическая эффективность систем связи	254
3.1. Возможности снижения энергетических потерь систем связи по отношению к «идеальной» системе Шеннона	254
4. Анализ возможности совместного применения в системах связи многомерных АС и помехоустойчивых кодов с избыточностью	259
5. Сравнение параметров современных систем передачи сообщений по каналам связи с параметрами систем, использующих оптимальные АС	262
<i>Литература</i>	267

Закключение	268
Приложение 1. Метод Чернова для оценки верхней границы «хвостов» плотности распределения вероятностей	270
Приложение 2. Формулы для расчета функции, обратной функции Крампа	272
Приложение 3. Формулы для расчета функции, обратной интегральной функции распределения вероятностей χ^2	273
Приложение 4. Определение отношения сигнал/шум, приходящееся на один принятый бит, для оптимального ансамбля сигналов	274
<i>Литература</i>	275
Основоположники теории связи	276
Выдающийся ученый XX столетия Клод Эльвуд Шеннон	276
Академик В.А. Котельников и создание основ теории связи	288
Список сокращений	307

Contents

Preface	13
Introduction	18
1. Shannon's Main scientific results relating to the Message Transmission in the Gaussian Communication Channels	21
2. The Representation of Signals as Signal Points in N-Dimensional Space	26
3. Book Overview	29
<i>Literature</i>	32
 CHAPTER 1. MODERN METHODS OF NOISE IMMUNITY CODING AND MESSAGES DECODING	
1. The description linear блоковых codes by means of matrixes	34
1.1. Gallager's Codes	37
1.1. Gallager's Codes	38
2. Block Cyclic Codes	39
2.1. Main Parameters of Cyclic Codes	44
3. Convolutional Codes	46
4. Decoders of Codes on Which Input "Hard" Decisions of the Demodulator Arrive	50
4.1. The Meggitt's Decoder	50
4.2. Decoders of BCH Code and Reed-Solomon Code	51
5. Decoders of Codes on Which Input Both "Hard" and "Soft" Decisions of the Demodulator Arrive	53
5.1. The "Soft" Decoding Algorithm of Block Codes	53
5.2. Majority Decodable Codes	54
5.3. Convolutional Code Decoding	57
6. Decoding of Gallager's Codes	60
7. Concatenated Codes and Methods of Their Decoding	61
7.1. Concatenated Codes	62
7.2. Generalized Concatenated Codes	65
7.3. Turbocodes	66
8. The Effectiveness of Error Correcting Codes	71
9. The Main Historical Stages of Development of Error-correcting Coding	73
<i>Literature</i>	73
 CHAPTER 2. RECEIVING MESSAGES IN DIGITAL COMMUNICATION CHANNELS	
1. The Capacity of the Digital Symmetrical Communication Channels	78
1. The Capacity of the Digital Symmetrical Communication Channels	79

2. Communication Communication between Code Rate and number of errors of Message Transmission and the Number of Errors Correctable by Error Correcting Codes	81
3. The Dependence of the Error Probability in the Received Code Combinations on Their Length	87
3.1. Analysis of the Results	87
3.2. The Procedure for Determining the Parameters of Error Correcting Code	90
4. Noise Immunity of Reception of Concatenated Codes and Estimation of Complexity of Their Decoding	92
4.1. The Analysis of Noise Immunity of Reception of Concatenated Codes	94
4.2. Results of the Analysis of Noise Immunity of Reception of Concatenated Codes	95
4.3. Modified Method of Concatenated Coding	97
<i>Literature</i>	99

CHAPTER 3. MODERN MODULATION METHODS FOR MESSAGE TRANSMISSION THROUGH COMMUNICATION

CHANNELS	100
1. One-dimensional and Two-Dimensional Signal Ensembles	103
2. Orthogonal and Biorthogonal Signal Ensembles	107
3. Permutable Modulation	109
4. Multi-Dimensional Signal Ensembles	110
4.1. Velly's Signal Ensemble	111
4.2. Lattice-Coded Modulation	113
4.3. Multilevel Code Modulation	119
4.4. Bit Interleaved Coded Modulation	122
5. The Effectiveness of the Two-Dimensional and Multi-Dimensional Multi-Position Signal Messages through Communication Channels	123
6. The main historical stages of development of the structures of the signals to transmit messages across communication channels	128
<i>Literature</i>	130

CHAPTER 4. OPTIMAL DEMODULATION AND NOISE IMMUNITY OF SIGNAL RECEPTION OF TWO-DIMENSIONAL SIGNAL ENSEMBLES

1. Specifications of Multi-Position Signal Ensembles	132
1.1. Multi-Position Signals with QAM	133
1.2. Multi-Position Signals based on a Hexagonal Lattice	136

1.3. Multi-Position Signals with Phase and Amplitude-Phase Modulation	139
2. Optimal Demodulation and Noise Immunity of Two-Dimensional Signals Reception	141
2.1. Signals with M-QAM	141
2.2. Signals with M-HEX	147
2.3. Signals with M-PSK и M-APSK	148
3. The Spectral and Power Efficiency of Communication Systems with M-QAM	151
<i>Literature</i>	151

CHAPTER 5. POSSIBILITIES OF ENSURING OF HIGH NOISE

IMMUNITY OF SIGNAL RECEPTION IN COMMUNICATION SYSTEMS

1. The Capacity of the Communication Channel with AWGN	157
2. Determination of Noise Immunity of Volume-Spherical Signal Reception	160
2.1. Analysis of the Results	162
3. Determination of Noise Immunity of Reception of the Optimal Signals Located on a Surface of Multidimensional Sphere	166
3.1. Analysis of the Results	171
4. A Method of Definition of a Noise Immunity of Reception of the Multidimensional Signals, Based on the Analysis of Algorithm of their Processing in the Optimum Demodulator	177
4.1. Surface-Spherical Signals Ensemble. The General Case	177
4.2. Surface-Spherical Signals Ensemble with PSK	182
4.3. Analysis of the Results.	184
<i>Literature</i>	188

CHAPTER 6. HYPERPHASE MODULATION (HPM)

1. Construction of the Surface-Spherical Signal Ensemble	192
2. Specific Speed of Messaging with HPM Systems	197
3. Modulators for Signals with HPM in 3- & 4- Dimensional Space	198
3.1. Signal Diagram for HPM in 3-Dimensional Space	198
3.2. Functional Diagram of Modulator for 3-Dimensional Signals with HPM	202
3.3. Construction of 4-Dimensional Signals with HPM	203
3.4. Functional Diagram of Modulator for 4-Dimensional Signals with HPM	207
4. Receiving Signals with HPM	208
4.1. Optimal Demodulation of HPM Signals	209

5. Noise Immunity of Signal Reception with Hyperphase Modulation	213
6. The Algorithm for Generating the Modulation Index Corresponding to the Number of the Transmitted Messages	217
6.1. An Example of the Generating the Modulation Index for the Case of $N = 3$	221
6.2. An Example of the Generating the Modulation Index for the Case of $N = 4$	222
7. The Algorithm for the Transforming the Modulation Index Corresponding to the Number of the Transmitted Messages	224
7.1. An Example of the Transforming the Modulation Index for the Case of $N = 3$	225
7.2. An Example of the Transforming the Modulation Index for the Case of $N = 4$	226
8. Volume-spherical Signal Ensembles	227
8.1. Construction of Volume-Spherical Signal Ensembles	227
8.2. Characteristics of Volume-Spherical Signal Ensembles	229
<i>Literature</i>	234

CHAPTER 7. POWER AND SPECTRAL EFFICIENCY

OF TELECOMMUNICATION SYSTEMS	235
1. The Limits of Power and Spectral Efficiency of Communication Systems	236
2. The Orthogonal, Biorthogonal N-dimensional Signals and Permutation Modulation	243
2.1. Noise Immunity of Orthogonal Signal Reception	244
2.2. Noise Immunity of Reception of Signals with Permutation Modulation	245
2.3. Performance Analysis of Communication Systems, using Orthogonal, Biorthogonal Signal Ensembles and Signal Ensembles with Permutation Modulation	250
3. Power Efficiency of Communication Systems	254
3.1. Possibilities of Decrease in Power Losses of Communication Systems in Relation to Shannon's "Ideal" System	254
4. The Analysis of Possibility of Joint Application in Communication Systems Multidimensional Signal Ensembles and Codes with Redundancy	259
5. Comparison of Parameters of Modern Systems of Message Transfer on Communication Channels with Parameters of the Systems Using Optimum Signal Ensembles	262
<i>Literature</i>	267

Conclusion	268
Appendix 1. Chernov's Method for Estimating the Upper Limit of the "Tails" of the Probability Distribution Density	270
Appendix 2. The Formulas for Calculating the Inverse Function of Crump	272
Appendix 3. Formulas for Calculating Functions, Inverse Cumulative Probability Distribution Function χ^2	273
Appendix 4. Determination of Signal/Noise Ratio per One Received Bit for Optimal Signal Ensemble	274
<i>Literature</i>	275
Founders of the Theory of Communication	276
Outstanding scientist XX of century Claude Elwood Shannon	276
Academician V.A. Kotelnikov and Laying the Foundations of the Communication Theory	288
Abbreviations	307

Предисловие

Развитие цивилизации сопровождается быстрым ростом информационных потоков в человеческом сообществе. Это требует постоянного совершенствования телекоммуникационных систем с тем, чтобы сделать возможной передачу по ним сообщений с большой скоростью и высокой надежностью при достаточно простой технической реализации основных узлов таких систем (модуляторов, демодуляторов, кодеров и декодеров). Поэтому уже много десятилетий не теряет своей актуальности проблема разработки новых методов передачи сообщений и оптимальных методов их обработки на приеме. Значительный вклад в ее решение был сделан многими исследователями, которые создали эффективные методы модуляции и кодирования и предложили оптимальные методы демодуляции принятых сигналов и декодирования сообщений.

Каждому передаваемому сообщению можно присвоить номер, представленный в виде информационной последовательности двоичных символов 0 и 1 определенной длины n . Для повышения помехоустойчивости приема информационной последовательности на передаче часто осуществляется ее кодирование — в нее дополнительно к информационным вносятся избыточные символы. Это позволяет исправлять ошибки, возникающие при демодуляции принятых сигналов.

Передаваемая последовательность символов осуществляет на передаче модуляцию несущей частоты передатчика — формирует сигнал, принадлежащий к определенному ансамблю сигналов (АС), который передается по каналу связи. На приемной стороне для формирования на выходе линии связи копии переданной информационной последовательности, применяются оптимальная обработка принятых сигналов (их демодуляция) и декодирование последовательности символов, сформированных на выходе демодулятора, которая представляет собой последовательность переданных символов, образованных в результате помехоустойчивого кодирования.

Хотя начало разработок методов модуляции и кодирования можно отнести к первым десятилетиям XX века, основы теории, приводящей к решению про-

блемы передачи сообщений с высокой помехоустойчивостью, были заложены в фундаментальных работах выдающихся ученых Клода Эльвуда Шеннона и Владимира Александровича Котельникова, которые были выполнены в середине XX века.

В работах Шеннона было показано, что для обеспечения высокого качества передачи сообщений по линии связи (высокой помехоустойчивости приема) для их передачи по каналу связи следует использовать многомерные ансамбли сигналов. Их размерность должна быть равна $N \cong 2\text{int}(FT)$, где $\text{int}(x)$ — целая часть числа x , F — полоса частот канала связи, по которому осуществляется передача сообщений, а T — длительность сигналов, входящих в используемый в системе связи ансамбль сигналов. На приеме для демодуляции принятых сигналов необходимо использовать их оптимальную обработку в демодуляторе. Основы теории оптимального приема сигналов были разработаны Котельниковым.

Шеннон установил основные характеристики, которыми должны обладать оптимальные АС, передаваемые в канале связи с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ). Следует отметить, что оптимальные многомерные сигналы, которые исследовались в работах Шеннона, следует, используя современную терминологию, называть методами модуляции. В современных системах связи в настоящее время для передачи сообщений используются только двумерные сигналы, такие, как квадратурно-амплитудная модуляция, амплитудно-фазовая модуляция и др., а повышение помехоустойчивости приема таких сигналов осуществляется за счет использования помехоустойчивых кодов, которые в работах Шеннона не рассматривались.

Шенноном были получены важные формулы, позволяющие оценить вероятность ошибки при демодуляции N -мерных сигналов. Он ввел важнейшее понятие теории связи — «пропускная способность канала связи» (C), которая представляет собой максимально возможную скорость безошибочной передачи сообщений по каналу связи. Эта величина определяется значением отношения сигнал/шум на входе демодулятора и полосой частот канала связи F . Шеннон показал, что если реальная скорость передачи сообщений R удовлетворяет условию $R < C$, то, выбрав для системы связи оптимальный многомерный ансамбль сигналов и увеличивая нормированную длительность сигналов (параметр (FT)), можно обеспечить абсолютную надежность передачи сообщений по каналу связи, когда вероятность ошибки приема сигналов становится сколь угодно малой. Такую систему связи он назвал «идеальной», так как она позволяет передавать сообщения по каналу с АБГШ с заданной скоростью при минимально возможном отношении сигнал/шум на входе демодулятора.

Настоящая книга посвящена развитию подхода Шеннона к вопросам надежной передачи сообщений по каналам связи, в первую очередь по каналам с аддитивным белым гауссовским шумом. В своих работах Шеннон не затрагивал вопросы построения конкретных конструкций ансамблей сигналов — создания новых методов модуляции, с помощью которых можно было бы в реальных системах связи достичь той высокой надежности и скорости передачи сообщений по каналу связи, на которые указывала развитая им теория.

В данной книге предложен алгоритм построения многомерного ансамбля сигналов, относящегося к классу поверхностно-сферических, который назван гиперфазовой модуляцией. В ней рассмотрены вопросы построения модулятора и оптимального демодулятора для этого вида сигналов, а также представлены алгоритмы, позволяющие на передаче по номеру передаваемого сообщения определять параметры сигнала, формируемого на выходе модулятора, а на передаче по параметрам принятого сигнала, сформированным в демодуляторе, определить соответствующий этим параметрам номер принятого сообщения. В книге также приведены простые методы вычисления вероятности ошибки при приеме многомерных сигналов, дан анализ помехоустойчивости приема сигналов с гиперфазовой модуляцией и выполнено сравнение эффективности таких систем связи и систем, в которых применяются другие методы модуляции.

В книге уделено внимание вопросам определения параметров ансамблей сигналов конечной длительности, имеющих минимальные энергетические потери относительно «идеальной» системы Шеннона. Эти потери оцениваются разницей (в ДБ) между отношением сигнал/шум на входе демодулятора в реальной системе, в которой используются сигналы конечной длительности и обеспечивается определенная вероятность ошибки приема сообщений, и минимальным значением отношения сигнал/шум в «идеальной» системе при условии, что в обеих системах обеспечена одинаковая скорость передачи сообщений. Кроме того, в ней рассмотрены практически важные вопросы совместного использования в системах связи многомерных АС и помехоустойчивых кодов.

Цель, которую преследовал автор при написании данной книги, является изложение основных результатов современной теории связи, касающихся надежной передачи сообщений по непрерывным и дискретным каналам связи. Эти результаты дают возможность инженерам, проектирующим системы связи, обоснованно выбирать для них метод модуляции (ансамбль сигналов, его размерность, алгоритмы модуляции и демодуляции сигналов), вид помехоустойчивого кода, его параметры (длину кода, его кодовую скорость), исходя из требуемых скорости передачи сообщений и надежности их приема.

В современных исследованиях многие результаты, относящиеся к помехоустойчивости приема сигналов, получены с использованием методов математического моделирования. Существенным недостатком этих методов, с точки зрения автора, является трудность верификации этих результатов — для этого надо написать программу моделирования, идентичную той, которая использовалась исследователем, и применить ее при тех же исходных данных, при которых она была применена. При публикации результатов таких исследований не всегда даются достаточно подробные пояснения тех условий, при которых получены соответствующие результаты. Кроме того, при необходимости оценки маловероятных событий (а такой случай типичен при исследовании систем связи, обеспечивающих высокую надежность передачи сообщений), моделирование системы может занимать очень много машинного времени, особенно в тех случаях, когда надо исследовать влияние на помехоустойчивость приема большого числа влияющих на результат параметров, таких как скорость передачи сообщений, размерность ансамбля сигналов и т.п.

Особенностью данной книги является то, что в ней аналитическими методами получены достаточно простые расчетные формулы для определения помехоустойчивости рассмотренных в ней систем связи. Эти формулы позволяют достаточно просто оценить влияние на характеристики систем связи многих ее параметров. Результаты расчетов по полученным формулам в книге представлены в виде многочисленных графиков и таблиц.

При изложении материала автор старался, чтобы изложенные идеи были понятны на интуитивном уровне, а использованный математический аппарат не выходил бы за пределы математического аппарата, которым должен владеть инженер. Понимание приведенных в ней сведений от читателя почти не требует знакомства с другой специальной литературой, а при выводе приводимых в ней формул используются только основы теории вероятностей в объеме технического вуза.

Я надеюсь, что книга окажется полезной и доступной не только для ученых и исследователей, но и для инженеров, занимающихся разработками систем связи. Так как существо дела для инженера имеет гораздо большее значение, чем формально строгое изложение, то полученные ранее результаты в области модуляции и кодирования изложены в книге без той строгости, которой придерживаются во многих работах по теории связи и кодирования.

В книге приведен ряд новых результатов в области теории связи. Поэтому ее можно рассматривать как монографию. В то же время изложенные в ней идеи и использованный для их анализа математический аппарат достаточно просты. Поэтому она может использоваться также как учебное пособие по

теории связи студентами и аспирантами тех институтов, в которых готовятся специалисты инфокоммуникационных и радиотехнических специальностей.

Книга посвящается памяти выдающихся ученых XX века К. Шеннона и В.А. Котельникова, сыгравших ключевую роль в создании теории связи — идейного фундамента созданных в XX веке и создаваемых сегодня телекоммуникационных систем. На развитие этой обширной открытой ими области науки и практическое воплощение ее результатов в разработках новых телекоммуникационных систем разного назначения, оказывающих все большее влияние на развитие нашей цивилизации, направлена деятельность тысяч ученых, исследователей и инженеров. Очерки жизни Шеннона и Котельникова — замечательных людей и ученых — приведены в конце книги.

Автор выражает свою искреннюю признательность за полезные замечания по разделам книги ее рецензентам — профессорам А.В. Дворковичу и А.И. Скородумову, а также профессорам Ю.С. Шинакову и О.А. Шорину и к.т.н. А.А. Лосеву.

Введение

При проектировании телекоммуникационных систем особое значение имеет выбор ансамбля сигналов (АС). Этот ансамбль должен обеспечить требуемую скорость передачи сообщений R и ее надежность, которая определяется значением вероятности P_{ser} ошибки при приеме переданных с помощью этих сигналов сообщений. Исследованию вопросов, связанных с построением таких АС и определением помехоустойчивости их приема, посвящено весьма значительное количество исследований в области теории связи, результаты которых изложены в монографиях известных ученых и в учебной литературе. Развитие науки, электроники и системотехники в XX столетии создало условия для разработки систем связи, по которым сообщения могут передаваться с высокой скоростью и надежностью.

Вместе с тем быстрое развитие человеческой цивилизации привело к колоссальному росту объема информации, которая должна передаваться по каналам связи между огромным количеством узлов связи, расположенных на всех континентах земного шара. Обеспечить передачу больших потоков информации между такими узлами можно, создавая между ними линии связи. Действительно, во всем мире активно идет строительство новых широкополосных линий связи, которые позволяют предоставлять миллиардам людей и десяткам миллионов организаций значительное и быстро растущее количество мультимедийных услуг связи (интернет, телевизионное и звуковое вещание, передача голосовых, видеоданных и текстовых сообщений и т.п.).

Строительство новых линий связи является весьма затратным. Цена полос частот, которые выделяются для создания радиосистем сотовой связи и беспроводного доступа, услугами которых пользуется огромное количество людей, оценивается в миллиарды \$ США. Поэтому, несмотря на значительные достижения в создании телекоммуникационных систем, осуществляющих передачу сообщений по существующим каналам связи с ограниченной полосой частот, актуальной задачей остается их совершенствование. В 2017 году в Международном Союзе Электросвязи были сформулированы требования к разрабатываемым в настоящее время перспективным системам беспроводного доступа IMT-2020, пользователи которой должны иметь возможность передачи сообщений в канале с ограниченной полосой частот до 100 Мбит/с. В данной книге рассматриваются возможности разработки новых телекоммуникационных систем, предназначенных для повышения пропускной способности каналов связи с ограниченной полосой частот (т.е. имеющих высокую

спектральную эффективность) и обеспечивающих высокую надежность приема сообщений.

На передающей стороне эта система имеет последовательно соединенные кодер, на вход которого поступают блоки двоичных информационных символов, подлежащих передаче по каналу связи. Длина каждого такого блока должна составлять $n \approx \log_2 M$, где M — количество сигналов в ансамбле сигналов (АС), который применяется для передачи сообщений.

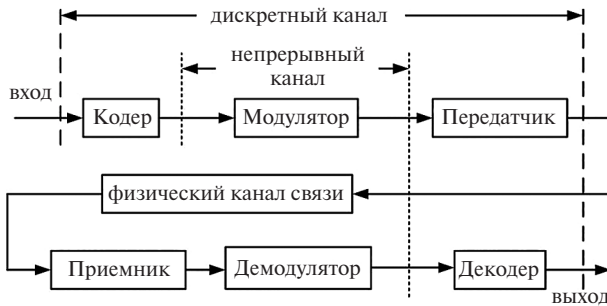


Рис. 1. Схема системы связи

Передаваемые блоки информационных символов, по сути, представляют собой номер $m \leq M$ сообщения, которое должно быть передано по каналу связи (здесь M — количество передаваемых с помощью АС сообщений, равное числу разных блоков, состоящих из информационных символов и, возможно, избыточных символов, добавленных к информационным для повышения помехоустойчивости приема сообщений). Отметим, что вполне возможна передача сообщений по каналу связи без избыточных символов. Однако в этом случае блок кодирования является, по сути, блоком определения по номеру передаваемого сообщения параметров сигнала, который формируется в модуляторе и принадлежит к определенному ансамблю сигналов (АС). Сигналы $S_m(t)$ с выхода модулятора поступают на вход передатчика, в котором они усиливаются и передаются в канал связи.

На приемной стороне линии связи к выходу приемника подключен демодулятор, на выходе которого формируется последовательность символов, соответствующая параметрам принятого аналогового сигнала $S_m(t)$ — его индексам модуляции. Эти индексы с выхода демодулятора поступают на вход декодера — блока преобразования индексов модуляции. В этом блоке формируется номер принятого сообщения, представленный в виде последовательности двоичных символов, который является копией той, которая соответствует номеру переданного сообщения.

Технические задачи передачи сообщений по каналам связи, связанные с модуляцией и демодуляцией, а также с кодированием и декодированием сообщений, отличаются друг от друга. Поэтому полезно в общей схеме системы связи на рис. 1 выделить два канала — непрерывный, входом которого является вход модулятора, а выход — выход демодулятора, и дискретный, вход которого совпадает с входом кодера, а выход — с выходом декодера. Дискретный канал называют также внешним каналом связи, а непрерывный канал — внутренним каналом связи.

Качество приема сообщений во внутреннем канале связи в значительной степени определяется свойствами физического канала связи, в котором осуществляется передача сообщений. Свойства таких каналов весьма разнообразны. В физических каналах, по которым сообщения передаются в коротковолновых системах связи, в системах радиорелейной, тропосферной и подвижной связи на помехоустойчивость приема сигналов, передаваемых во внутреннем канале, существенное влияние оказывает многолучевость, возникающая при распространении радиоволн. Многолучевость вызывает межсимвольную интерференцию и замирания уровня принимаемого сигнала.

В этой книге вопросы передачи сигналов по многолучевым каналам не затрагиваются. В ней рассмотрены системы, работающие в «идеальных» физических каналах связи, в которых при распространении радиоволн уменьшается уровень переданного сигнала, а его форма практически не искажается. С определенным приближением к таким каналам можно отнести, в частности, спутниковые, кабельные и оптоволоконные каналы связи.

Сигналы $S_m(t)$ поступают на вход приемника вместе с шумом. В приемнике осуществляется их усиление, и они приходят на вход демодулятора. В демодуляторе сигнал, принятый вместе с шумом, обрабатывается, и на его выходе формируются оценки его параметров, и так как переданный сигнал является цифровым, то на выходе демодулятора формируется цифровая последовательность символов, соответствующих принятому сигналу. На частотах выше 300 МГц шум, действующий на входе приемника, как правило, является гауссовским и имеет равномерный энергетический спектр мощности. Двухстороннюю спектральную плотность мощности шума будем обозначать $0,5N_0$. Мощность этого шума, действующего в полосе частот (F), в которой осуществляется прием сигналов, равна $P_n = FN_0$. Если среднюю мощность сигналов, поступающих на вход демодулятора, обозначить P_s , то отношение мощности принятого сигнала к мощности шума будет: $\rho_s = P_s/P_n$. Надежность связи определяется значением вероятности ошибки при приеме переданных сообщений и зависит от значения ρ_s .

Надежность приема информационных символов в дискретном канале, формируемых на выходе декодера, зависит только от вероятности ошибок, возникших при демодуляции сигналов $S_m(t)$. Помехоустойчивый код для передачи сообщений должен быть выбран таким образом, чтобы надежность приема информационных символов в дискретном канале соответствовала бы требуемому значению. При выборе кода для дискретного канала связи нет необходимости учитывать свойства физического канала связи.

Отметим, что рациональный выбор для системы связи ансамбля сигналов (АС) и применение оптимальной обработки принятых сигналов в демодуляторе позволяют в принципе обеспечить требуемую надежность приема сообщений. При этом отпадает необходимость в использовании в системе связи помехоустойчивого кода. Однако в современных системах связи, в которых для передачи сигналов используются двумерные АС, такие коды широко применяются, так как они позволяют уменьшить энергетику линии связи и повысить надежность приема сообщений.

Ансамбль сигналов для проектируемой системы связи должен быть выбран так, чтобы было бы возможно передавать в ней информационные сообщения с нужной скоростью и с определенной вероятностью ошибочного приема (с надежностью, удовлетворяющей требованиям, предъявляемым к системе связи), используя передатчики минимально возможной мощности. Дополнительным требованием, предъявляемым к такому АС, является простота технической реализации основных блоков системы связи, представленной на рис. 1: кодера, модулятора, демодулятора и декодера.

1. Основные результаты Шеннона, относящиеся к передаче сообщений в гауссовых каналах связи

Знаменитым американским ученым К. Шенноном были установлены [1–3] основные закономерности, связанные с передачей сообщений в каналах связи. До публикации в 1948 г. его первой статьи «Математическая теория связи» [1] инженеры считали, что повысить надежность связи (уменьшить вероятность ошибок при приеме сообщений) можно, только повышая мощность передатчика, увеличивая тем самым ρ_s — отношение сигнал/шум на входе демодулятора. Это было справедливо при использовании простых методов модуляции гармонического несущего колебания определенной частоты по амплитуде, фазе или частоте, которые применялись в системах связи до середины XX столетия.

Однако мощные передатчики являются дорогостоящими устройствами. Кроме того, возможность создания мощных передатчиков может быть огра-

ничена рядом технических факторов. Например, в системах спутниковой связи технически весьма сложно разместить мощные передатчики, имеющие повышенный вес и объем, на борту спутникового ретранслятора. Финансовые затраты, связанные с повышением на 1 дБ мощности таких передатчиков, оцениваются примерно в 1 млн долларов США.

Фундаментальные результаты, полученные в работах Шеннона, указали новые возможности совершенствования телекоммуникационных систем путем выбора для передачи сообщений АС, которые при оптимальной демодуляции позволяют обеспечить высокую помехоустойчивость их приема. Шеннон установил, что повысить надежность связи можно, не увеличивая ρ_s , а используя для передачи сообщений сложные методы модуляции — многомерные (N -мерные) сигналы $S_m(t)$ большой длительности, состоящие из $N = 2 \text{int}(FT) \geq 1$ элементарных сигналов (здесь F — полоса частот канала связи, T — длительность передаваемых сигналов $S_m(t)$, FT — их нормированная длительность, а $\text{int}(x)$ — целая часть числа x).

Шеннон показал, что значение ρ_s определяет максимально возможную скорость передачи сообщений $R_{\max}$ по каналу связи. Эта величина, названная им «пропускной способностью» канала связи, определяется формулой:

$$C = F \log_2(1 + \rho_s). \quad (1)$$

Он также установил, если $R < R_{\max} = C$, то, используя АС, имеющие большую длительность, возможно в принципе передать сообщения с абсолютной надежностью, т.е. обеспечить вероятность ошибки при приеме сообщения, близкую к нулю. Для этого, однако, длительность сигналов, входящих в АС, должна быть весьма значительной ($N \rightarrow \infty$). Систему связи, в которой сообщения передаются с абсолютной надежностью, Шеннон назвал «идеальной» [2].

Введем нормированные параметры: удельную скорость передачи сообщений $R_f = (R/F) = \log_2 M/FT = 2 \log_2 M/N$ и удельную пропускную способность канала связи $C_f = C/F = \log_2(1 + \rho_s)$. Отметим, что спектральная эффективность систем связи определяется величиной R_f .

Для наглядной трактовки вопросов передачи и приема сигналов в каналах связи Шенноном в 1949 г. было развито [2] представление сигналов в виде сигнальных точек ($СТ_s$) в N -мерном евклидовом пространстве, координаты которых имеют определенные значения. На основе этих представлений в 1950 г. известным американским ученым С.О. Райсом [4] были выполнены первые исследования помехоустойчивости приема N -мерных сигналов конечной длительности в гауссовском канале связи и получены оценки вероятности ошибочного приема $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$ сигнала $S_m(t)$, переданного по каналу связи.

Отметим, что если при приеме сигнала происходит ошибка, то это приводит к ошибочному определению номера переданного сигнала, которому соответствует определенная последовательность информационных двоичных символов.

В 1959 г. была опубликована фундаментальная работа Шеннона [3], в которой были получены достаточно точные оценки $P_{ser}(N, R_f, \rho_s)$ для двух видов АС — поверхностно- и объемно-сферического (ПСАС и ОСАС). В первом случае все сигналы ансамбля имеют одну и ту же мощность P_s и их СТ_s располагаются на поверхности N -мерной сферы радиуса $\sqrt{(N/2)P_s}$, а во втором их СТ_s располагаются на поверхности N -мерной сферы радиуса $\sqrt{(N/2)P_s}$, а также внутри нее, т.е. их мощность P_s удовлетворяет условию $P_s \leq P_{sm}$, где P_{sm} — максимальная мощность сигналов в объемно-сферическом АС.

Из полученных Райсом и Шенноном результатов следовало, что в том случае, если $R < R_{max}$ возможно, используя N -мерные ПСАС или ОСАС большой длительности, при $\rho_s = \text{const}$ передавать сообщения с абсолютной надежностью, т.е. $P_{ser}(N, R_f, \rho_s) \rightarrow 0$, если $N \rightarrow \infty$. В этом смысле такие ансамбли сигналов являются оптимальными.

Шеннон показал, что оптимальный N -мерный АС должен в модуляторе формироваться таким образом, чтобы евклидово расстояние (d_E) между двумя ближайшими СТ_s, соответствующими сигналам, входящими в АС, с увеличением N увеличивалось бы по закону $d_E \sim \sqrt{N}$. Это является следствием того, что с увеличением $N = 2FT$ пропорционально увеличивается энергия любого сигнала из АС (а, следовательно, пропорционально $\sqrt{N}$ увеличивается расстояние соответствующей ему СТ от начала координат).

От значения d_E зависит количество сигналов в АС и, следовательно, скорость передачи сообщений. Шеннон также отмечал, что использование АС очень большой длительности ($N = 2\text{int}(FT) \gg 1$) может вносить недопустимо большую задержку, равную $2T$, при передаче сообщений по каналу связи и, кроме того, при $N \gg 1$ требуется применение сложных устройств, выполняющих функции модулятора и демодулятора.

Из формулы Шеннона (1) следует, что для того, чтобы в канале связи в полосе частот F при $N \gg 1$ в принципе была возможна передача сообщений со скоростью R_{max} и с абсолютной надежностью, необходимо, чтобы отношение сигнал/шум на входе демодулятора было бы равно $\rho_{s0} = (2^{R_{fmax}} - 1)$. Величина ρ_{s0} определяет минимальное значение энергетики линии связи, при которой возможно обеспечить абсолютную надежность передачи сообщений с удельной скоростью $R_f = R_{fmax}$. В реальной системе связи длительность передаваемых сигналов является конечной. При этом, чтобы были выполнены требования к надежности передачи сообщений, определяемые значением вероятно-

сти ошибки P_{ser0} при демодуляции принятых сигналов, необходимо обеспечить несколько большее отношение сигнал/шум на входе демодулятора, сделав его равным $\rho_s = \rho_{s0} 10^{0,1\Delta\rho}$, т.е. в реальной системе связи мощность передатчика должна быть увеличена по сравнению с «идеальной» на $\Delta\rho > 0$ дБ.

Найти значение $\Delta\rho$ можно, решив уравнение $P_{ser}(N, R_f, \rho_s 10^{0,1\Delta\rho}) = P_{ser0}$ и определив из него зависимость $\Delta\rho = \Psi(N, R_f, P_{ser0})$. Эта зависимость позволяет найти, на сколько дБ необходимо увеличить энергетику линии связи при разных значениях R_f и N для того, чтобы обеспечить требуемое значение P_{ser0} при известном значении скорости передачи сообщений, применяя для передачи сообщений сигналы определенной длительности. Отметим, что значение $\Delta\rho$ с увеличением N уменьшается, и если $N \rightarrow \infty$, то $\Delta\rho \rightarrow 0$.

Выбор длительности передаваемых сигналов (параметра FT) для обеспечения требуемой надежности связи (P_{ser0}) при заданном значении R_f основан на компромиссе. При этом следует учитывать, что надежность связи можно обеспечить как за счет повышения энергетики линии связи (усложнения и удорожания передатчика), так и за счет применения в системе связи сложных и, следовательно, более дорогих устройств — на передающей стороне линии связи кодера и модулятора, а на приемной — демодулятора и декодера. При таком выборе следует принимать во внимание как технические, так и экономические соображения.

Шенноном было установлено [2, 3], что выбор оптимального N -мерного АС, с помощью которого возможно надежно передавать сообщения со скоростью, определяемой формулой (1), неоднозначен. Сигнальные точки таких ансамблей могут иметь регулярную структуру в N -мерном пространстве. В теории связи рассматриваются разные методы построения АС с регулярной структурой. В [3] было показано, что СТ_s ансамблей сигналов, обеспечивающих высокую помехоустойчивость приема, можно успешно выбрать даже наудачу из числа всех возможных СТ_s, лежащих внутри сферы радиуса $\sqrt{(N/2)P_s}$. В частности, в качестве $M = 2^{RT}$ сигналов для АС могут быть взяты различные выборки ограниченного по полосе частот белого шума. Важно, однако, отметить, что если ансамбль сигналов выбран случайно, то даже в том случае, когда выбор оказался удачным (т.е. расстояния между его ближайшими СТ_s оказались достаточно велики), для такого АС сложность кодера, модулятора, демодулятора и декодера будет расти пропорционально числу сигналов M в АС. Это значит, что с увеличением длительности сигналов (с увеличением N) сложность демодулятора и декодера будет увеличиваться экспоненциально. Поэтому техническая реализация системы связи, в которой АС выбран случайным образом, практически невозможна.

Кодирование сообщений Шеннон понимал [3] как процедуру преобразования номера m ($m = 1 \dots M$) передаваемого сообщения в значения координат $СТ_s$, соответствующей сигналу $S_m(t)$, который должен быть передан по каналу связи. Этим термин «кодирование сообщений» у Шеннона отличается от аналогичного термина, широко используемого в современной теории кодирования [5—12]. В этой теории помехоустойчивое кодирование достигается за счет формирования передаваемых по каналу связи кодовых комбинаций (КК), содержащих как информационные символы, так и дополнительные избыточные символы, связанные с информационными определенными и достаточно сложными математическими соотношениями.

В работах [5—7], [10] и [12] рассматривались вопросы, связанные с демодуляцией двумерных сигналов, принадлежащих к двумерным АС, таким как квадратурно-амплитудная, амплитудно-фазовая и др. Приводились характеристики надежности передачи сообщений с помощью таких АС без использования помехоустойчивых кодов. Аналогична передача сообщений с помощью многомерных ОСАС и ПСАС без кодирования. Следует при этом отметить принципиальное отличие двумерных и многомерных АС. В первых расстояние между соседними сигнальными точками с увеличением R_f — удельной скорости передачи сообщений всегда, как будет показано в главах 3 и 4, уменьшается. Поэтому при использовании двумерных АС для обеспечения высокой надежности передачи сообщений всегда необходимо применение помехоустойчивых кодов. При использовании в системах связи N -мерных АС, рассматриваемых в главах 5—7, расстояние между соседними сигнальными точками при любом значении $R_f = \text{const}$ может быть увеличено за счет увеличения размерности сигнального пространства, и, таким образом, может быть существенно увеличена надежность демодуляции сигналов. Это может сделать целесообразным в таких системах применение помехоустойчивых кодов, в которые для исправления ошибок, возникающих при демодуляции, внесены дополнительные избыточные символы, снижающие спектральную эффективность системы связи.

По Шеннону, функциональным назначением демодулятора в приемнике является определение координат сигнальной точки ($СТ_s$), принадлежащей одному из многомерных сигналов, используемых для передачи сообщений, находящемуся на ближайшем расстоянии к сигнальной точке ($СТ_r$), соответствующей сигналу, поступившему на вход демодулятора вместе с шумом. Операции над координатами принятого сигнала, которые осуществляются при демодуляции принятого сигнала, обратны тем, которые выполняются в модуляторе при преобразовании номера передаваемого сообщения в координаты передаваемого сигнала.

В работах Шеннона не затрагивались важные для практики вопросы формирования конкретных ансамблей многомерных сигналов, а также обработки принятых сигналов при их демодуляции. Решение этих вопросов имеет большое значение, так как это дает основу для технической реализации оптимальных системы связи, у которых характеристики (скорость передачи сообщений по каналу связи и надежность их приема) соответствуют тем предельно возможным, которые были определены Шенноном.

В годы, прошедшие после того, как были опубликованы результаты Шеннона, многими исследователями был предложен ряд методов повышения надежности и спектральной эффективности систем связи. Значительное развитие получили методы помехоустойчивого кодирования, и был предложен ряд методов конструирования многомерных сигналов [5—12].

2. Представление сигналов в виде сигнальных точек в N -мерном пространстве

Представление сигналов в виде сигнальных точек в N -мерном сигнальном пространстве основано на теореме Найквиста—Котельникова—Шеннона, согласно которой в канале связи, имеющем полосу частот, равную F , любые сигналы длительностью T могут быть представлены в виде суммы $N = 2 \operatorname{int}(FT)$ элементарных ортогональных сигналов (ЭОС). Полоса частот канала связи обычно является заданной, и безразмерный параметр FT можно рассматривать как нормированную длительность сигналов, передаваемых по такому каналу.

Строго говоря, сигналы с ограниченным спектром имеют бесконечную длительность, а сигналы конечной длительности имеют бесконечный спектр. Однако в технике связи разработаны методы формирования элементарных сигналов конечной длительности, в которых фронты импульсов сглаживаются после прохождения через специальные каналные фильтры. В результате частотные составляющие сигнала, лежащие за пределами полосы частот F , существенно подавляются [13].

Другим методом, позволяющим уменьшить частотные составляющие передаваемого сигнала конечной длительности, лежащие за пределами основной полосы частот канала связи, является представление сигналов, входящих в АС, в виде ряда Фурье, имеющего N составляющих.

Для геометрического представления сигналов можно использовать их разложение по базису любых ортогональных функций. Это можно сделать многими способами. Для этого можно использовать представление сигналов рядом Котельникова—Шеннона, в котором ортогональные функции имеют строго ограниченный спектр и неограниченную длительность, можно использовать

функции конечной длины Уолша [14], квазислучайные двоичные последовательности максимальной длины, последовательности Адамара и др. Наиболее часто в системах связи для этого применяют гармонические функции, используя при этом методы временного и частотного уплотнения каналов.

При передаче сообщений по каналу связи с полосой F методом временного уплотнения (TDMA — Time Division Multiple Access) интервал, равный полной длительности T -сигналов, принадлежащих определенному АС, делится на подинтервалы, длительность которых равна $\tau_T = 2T/N$ и при $t \in T_i = [(i-1)\tau_T, i\tau_T]$ ($i = 1 \dots N$) для передачи сообщений в канал связи в интервале времени $t \in T_i$ используются элементарные ортогональные сигналы (ЭОС) $V_{si}(t) = \sin[\omega_0(t - (i-1)\tau_T)]$ и $V_{ci}(t) = \cos[\omega_0(t - (i-1)\tau_T)]$, за пределами которого они равны 0. Ортогональность сигналов $V_{si}(t)$ и $V_{ci}(t)$ означает, что $\int_{T_i} V_{si}(t)V_{ci}(t)dt = 0$, где интегрирование распространяется на любой интервал $t \in T_i$.

Другим широко используемым методом передачи сигналов является метод частотного уплотнения канала связи с ортогональными поднесущими (OFDM — Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Длительность передачи каждой поднесущей равна полной длительности передаваемого сигнала T , а на каждой из них в течение указанного интервала времени передаются ЭОС $V_{si}(t) = \sin \omega_i t$ и $V_{ci}(t) = \cos \omega_i t$. Для сигналов $V_{si}(t)$ и $V_{ci}(t)$ выполняются условия: $\int_0^T V_{si}(t)V_{sj}(t)dt = \int_0^T V_{ci}(t)V_{cj}(t)dt = 0$ при $i \neq j$. Для этого необходимо, чтобы $|\omega_i - \omega_j| = 2\pi|i - j|/T$ при $i \neq j$. Кроме того, для них также выполняются условия $\int_0^T V_{si}(t)V_{ci}(t)dt = 0$. Каждый из ЭОС можно трактовать как двумерный сигнал, так как его можно представить СТ_s на двумерной плоскости, на которой ортогональным осям x и y соответствуют ЭОС $V_{si}(t)$ и $V_{ci}(t)$.

При использовании обоих методов уплотнения N -мерный сигнал, поступающий в течение времени T на вход демодулятора в приемнике, может быть записан в виде:

$$S_m(t) = \sqrt{(N/2)P_s} \left[\sum_{i=1}^{N/2} x_{m,(2i-1)}^m V_{si}(t) + x_{m,2i}^m V_{ci}(t) \right]. \quad (2)$$

Здесь P_s — средняя мощность одного элементарного сигнала. Параметры $x_{m,(2i-1)}$ и $x_{m,2i}$ в (2) можно трактовать как декартовы координаты сигнальных точек (СТ_s) в N -мерном пространстве, соответствующих сигналу $S_m(t)$. Координаты СТ_s, соответствующие переданным сигналам, зависят от передаваемого

мой информационной последовательности символов, а количество значений, которые может иметь каждая из координат CT_s , определяется удельной скоростью передачи сообщений R_f в системе связи. Системы связи, использующие сигналы вида (2), являются синхронными.

В таких системах должны использоваться весьма точные системы синхронизации на передающем и приемном концах линии связи. Вопросы построения систем синхронизации детально рассмотрены во многих монографиях (например, в [15]), и в данной книге они затрагиваться не будут. Поэтому, рассматривая в данной книге прием сигналов, будем считать известными частоты и фазы всех ортогональных сигналов $V_{si}(t)$ и $V_{ci}(t)$.

Важно обратить внимание на то, что в многомерных сигналах (2), с помощью которых можно обеспечить характеристики систем связи, приближающиеся к тем, на которые указывает развитая Шенноном теория, декартовы координаты $CT_s x_{m,(2i-1)}$ и $x_{m,2i}$ при всех значениях i должны быть взаимосвязаны определенным образом. Только тогда можно обеспечить то свойство оптимальных АС, на которое указал Шеннон — расстояние между ближайшими CT_s в этом АС с увеличением N должно увеличиваться по закону $d_E \sim \sqrt{N}$. Следует отметить, что ортогональные сигналы $V_{si}(t)$ и $V_{ci}(t)$ занимают одну и ту же полосу частот.

Формула (2) показывает, что оба метода передачи сообщений (TDMA и OFDM) с точки зрения геометрической трактовки алгоритмов передачи и приема сигналов полностью эквивалентны: передаче сигналов во временном интервале $t \in T_i$ в системе TDMA соответствует передаче таких же сигналов на частоте ω_i . Однако физические параметры этих сигналов (например, их пик-фактор) могут существенно отличаться.

Кроме того, следует отметить, что, используя быстрое преобразование Фурье, сигналы, представленные формулой (2), могут быть преобразованы из одного вида в другой (из TDMA в OFDM, или наоборот) [16]). В дальнейшем в данной работе между двумя методами передачи сообщений различия не делается. Для конкретности, приводимые в последующих разделах книги формулы, определяющие вид передаваемых и принимаемых сигналов, относятся к случаю, когда для передачи сообщений используются сигналы вида OFDM.

Приведем формулы, определяющие мощность сигналов $S_m(t)$ и расстояние между двумя сигналами $S_{m1}(t)$ и $S_{m2}(t)$ через координаты их сигнальных точек, которые будут использоваться в последующих разделах книги:

$$P_{ms} = \left(\frac{1}{T} \right) \int_0^T S_m^2(t) dt = (N/2) P_s \left[\sum_{i=1}^{N/2} (x_{(2i-1)}^m)^2 + (x_{2i}^m)^2 \right],$$

$$\begin{aligned}
 d(S_{m_1}, S_{m_2}) &= \sqrt{\left(\frac{1}{T}\right) \int_0^T [S_{m_1}(t) - S_{m_2}(t)]^2 dt =} \\
 &= \sqrt{(N/2)P_s \left[\sum_{i=1}^{N/2} (x_{(2i-1)}^{m_1} - x_{(2i-1)}^{m_2})^2 + (x_{2i}^{m_1} - x_{2i}^{m_2})^2 \right]}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

В (3) для объемно-сферических сигналов $P_{ms} \leq P_{s0}$, где P_{s0} — максимальное значение мощности сигналов, принадлежащих АС, а для поверхностно-сферических АС мощность всех сигналов $S_m(t)$ одинакова и равна P_s .

3. Обзор содержания книги

В данной книге дан краткий анализ основных результатов современной теории передачи сигналов в дискретных каналах связи. В ней приведен ряд новых результатов, касающихся методов построения многомерных ансамблей сигналов, позволяющих создавать системы связи, характеристики которых близки к характеристикам «идеальной» системы Шеннона, — системы, обеспечивающие как высокую спектральную эффективность, так и высокую помехоустойчивость приема переданных сообщений.

Первые две главы книги посвящены анализу основных результатов современной теории передачи сигналов в дискретных каналах связи. В них рассмотрены основные методы помехоустойчивого кодирования и декодирования сообщений блочными кодами, сверточными, каскадными и турбокодами. В этих главах описан порядок выбора параметров помехоустойчивых обычных и каскадных кодов, а также приведены данные, характеризующие эффективность применения различных кодов в дискретных каналах связи.

Третья и четвертая главы посвящены вопросам, связанным с выбором ансамблей сигналов для передачи сообщений в непрерывных каналах связи. Рассмотрены основные свойства двумерных многопозиционных ансамблей сигналов, таких как сигналы с квадратурно-амплитудной, амплитудно-фазовой и гексогональной модуляцией, а также методы модуляции и демодуляции этих сигналов. Кроме того, описаны современные методы передачи сообщений с помощью многомерных сигналов с кодовой модуляцией, таких как решетчатая кодированная модуляция, многоуровневая кодовая модуляция и кодовая модуляция с битовым перемежением. Представлены формулы и графики, позволяющие оценить помехоустойчивость приема сигналов, принадлежащих к рассмотренным АС.

В пятой главе рассмотрены потенциальные возможности обеспечения высокой помехоустойчивости приема сигналов в каналах связи при использова-

нии для передачи сообщений многомерных сигналов. В ней представлены разработанные автором новые методы оценки вероятности ошибки при демодуляции таких сигналов, принадлежащих к объемно- и поверхностно-сферическим ансамблям сигналов, впервые исследованным Шенноном. Кроме того, подробно анализируются свойства таких сигналов и для них определяются границы спектральной и энергетической эффективности.

В этой главе получена важная формула, обобщающая формулу Шеннона для пропускной способности канала связи. Обобщенная формула связывает предельно возможную скорость передачи со значением отношения сигнал/шум на входе демодулятора сообщений для реальных условий передачи сигналов, когда они имеют ограниченную (а не бесконечную длительность) и известно допустимое значение вероятности ошибки, которая может возникнуть при демодуляции принятого сигнала.

Шестая глава посвящена вопросам построения ансамбля сигналов с гиперфазовой модуляцией, принадлежащего к классу поверхностно-сферических АС. Представлены алгоритмы модуляции и демодуляции для таких сигналов и дана оценка сложности их технической реализации. Исследована помехоустойчивость приема сигналов с гиперфазовой модуляцией.

В седьмой главе определяются границы энергетической и спектральной эффективности систем связи, в которых применяются многомерные ансамбли сигналов, имеющих конечную длительность и определенное значение вероятности ошибки при их демодуляции. В ней выполнено сравнение энергетической эффективности конкретных систем связи и систем, в которых применяются сигналы с гиперфазовой модуляцией. Кроме того, определена энергетическая эффективность систем связи, использующих ортогональные, биортогональные АС, а также АС с перестановочной модуляцией.

Выполненный в этой главе анализ показал, что параметры систем связи, в которых для передачи сообщений используются такие АС, могут быть выбраны таким образом, что они будут иметь высокую спектральную эффективность и обеспечивать высокую надежность приема сообщений. Показано также, что в таких системах нецелесообразно применение сложных помехоустойчивых кодов с большой длиной кодовых комбинаций.

Литература

1. *Shannon C. A mathematical Theory of communication // Bell System Techn. J. 1948. № 3. См. на рус. яз.: Шеннон К. Математическая теория связи // Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963.*

2. *Shannon C.* Communication in the presence of noise // Proc. IRE. 1949. № 1. См. на рус. яз.: *Шеннон К.* Связь при наличии шума // *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике / под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963.
3. *Shannon C.* Probability of error for optimal codes in Gaussian channel // Bell System Techn. J. 1959, May 1959. См. на рус. яз.: *Шеннон К.* Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале // *Шеннон К. Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике / под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963.
4. *Rice S.O.* Communication in the presence of noise-probability of error for two encoding schemes // BSTJ. 1950. № 1.
5. *Зюко А.Г., Фалько И.П., Панфилов И.П., Банкет В.Л., Иващенко П.В.* Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / под. ред. А.Г. Зюко. М.: Радио и связь, 1985.
6. *Зяблов В.В., Коробков Д.Л., Портной С.Л.* Высокоскоростная передача сообщений в реальных каналах связи. М.: Радио и связь, 1991.
7. *Прокис Дж.* Цифровая связь / Пер. с англ.; под ред. Д.Д. Кловского. М.: Советское радио, 2000.
8. *Кларк-мл. Дж., Кейн Дж.* Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. М.: Радио и связь, 1987.
9. *Питерсон У., Уэлдон Э.* Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
10. *Варгаузин В.А., Цикин И.А.* Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. СПб.: БХБ-Петербург, 2013.
11. *Королев А.И., Конопелько В.К.* Турбокоды и итеративное декодирование. Минск: БГУИР, 2015.
12. *Кудряшов Б.Д.* Основы теории кодирования. СПб.: БХБ-Петербург, 2016.
13. *Беллами Джон К.* Цифровая телефония. М.: Эко-Трендз, 2004.
14. *Залманзон Л.А.* Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. М.: Наука, 1989.
15. *Линдсей В.* Системы синхронизации в связи и управлении. М.: Советское радио, 1978.
16. *Weinstein S.B., Ebert P.M.* Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform // IEEE Trans. COM-19. 1971. № 10.