



# МИР

## цифровой обработки

В.И. ДЖИГАН

Адаптивная  
фильтрация сигналов:  
теория и алгоритмы

ТЕХНОСФЕРА

Москва

2013

УДК 621.372

ББК 32.811.3

Д41

Д41 Джиган В.И.

Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы

Москва: Техносфера, 2013. – 528 с., ISBN 978-5-94836-342-4

В книге рассматриваются основные разновидности адаптивных фильтров и их применение в радиотехнических системах и системах связи. Дается представление о математических объектах и методах, используемых в теории адаптивной фильтрации сигналов. Рассматриваются приемы получения вычислительных процедур, сами процедуры и свойства таких алгоритмов адаптивной фильтрации, как алгоритмы Ньютона и наискорейшего спуска, алгоритмы по критерию наименьшего квадрата, рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов и их быстрые (вычислительно эффективные) версии; рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов для многоканальных фильтров и их версии для обработки нестационарных сигналов, а также многоканальные алгоритмы аффинных проекций. Дано описание стандартных и нестандартных приложений для моделирования адаптивных фильтров на современных языках программирования MATLAB, LabVIEW и SystemVue, а также реализаций адаптивных фильтров на современных цифровых сигнальных процессорах отечественного и зарубежного производства.

Особенностью книги является изложение теоретических материалов для наиболее общего случая – адаптивных фильтров с комплексными весовыми коэффициентами, наличие разделов по многоканальным адаптивным фильтрам и алгоритмам адаптивной фильтрации нестационарных сигналов.

Книга является первым систематическим изложением теории адаптивной фильтрации на русском языке.

Она предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов радиотехнических и связанных специальностей, изучающих и использующих на практике цифровую обработку сигналов и, в частности, адаптивную фильтрацию сигналов.

УДК 621.372

ББК 32.811.3

© 2013, В.И. Джиган

© 2013, ЗАО «РИЦ «Техносфера», оригинал-макет, оформление.

ISBN 978-5-94836-342-4

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Список сокращений</b> .....	<b>8</b>
<b>Список основных обозначений</b> .....	<b>10</b>
<b>Предисловие</b> .....	<b>15</b>
<b>Глава 1. Введение в адаптивную обработку сигналов</b> .....	<b>20</b>
1.1. Введение.....	20
1.2. Требования к адаптивным фильтрам.....	24
1.3. Критерии функционирования адаптивных фильтров.....	31
1.4. Идентификация неизвестной линейной системы.....	33
1.5. Компенсация эхо-сигналов.....	37
1.6. Выравнивание характеристик электрических каналов связи.....	44
1.7. Адаптивные антенные решетки.....	51
1.8. Шумоочистка сигналов.....	53
1.9. Линейное предсказание сигналов.....	57
1.10. Выводы по главе.....	58
<b>Глава 2. Оператор комплексного градиента и его применение в теории адаптивной фильтрации сигналов</b> .....	<b>59</b>
2.1. Введение.....	59
2.2. Несколько простых примеров дифференцирования функций действительных и комплексных переменных.....	60
2.3. Дифференцирование комплексных и действительных функций комплексного переменного.....	63
2.4. Свойства оператора комплексного градиента.....	69
2.5. Выводы по главе.....	71
<b>Глава 3. Основы адаптивной фильтрации сигналов</b> .....	<b>72</b>
3.1. Введение.....	72
3.2. Корреляционная матрица.....	73
3.3. Собственные числа и собственные векторы корреляционной матрицы.....	78
3.4. Винеровская фильтрация.....	86
3.5. Поверхность среднеквадратической ошибки.....	89
3.6. Пример расчета собственных чисел, собственных векторов корреляционной матрицы и поверхности среднеквадратической ошибки.....	99
3.7. Линейно-ограниченная винеровская фильтрация.....	102
3.8. Выводы по главе.....	109

<b>Глава 4. Поиск винеровского решения</b> .....	<b>110</b>
4.1. Введение.....	110
4.2. Алгоритм Ньютона.....	111
4.3. Постоянные времени алгоритма Ньютона.....	114
4.4. Алгоритм наискорейшего спуска.....	118
4.5. Постоянные времени алгоритма наискорейшего спуска.....	120
4.6. Другая интерпретация алгоритма Ньютона.....	131
4.7. Выводы по главе.....	134
<b>Глава 5. LMS-алгоритм и его свойства</b> .....	<b>135</b>
5.1. Введение.....	135
5.2. LMS-алгоритм.....	135
5.3. Переходные процессы в LMS-алгоритме.....	139
5.4. Качество адаптивной фильтрации сигналов с помощью LMS-алгоритма.....	146
5.5. NLMS-алгоритм.....	166
5.6. Градиентные алгоритмы с переменным шагом сходимости.....	171
5.7. Линейно-ограниченные LMS- и NLMS-алгоритмы.....	173
5.8. Выводы по главе.....	181
<b>Глава 6. Рекурсивная адаптивная фильтрация по критерию наименьших квадратов</b> .....	<b>182</b>
6.1. Введение.....	182
6.2. Задача наименьших квадратов и ее решение.....	182
6.3. Основные свойства LS-решения.....	186
6.4. Геометрическая интерпретация метода наименьших квадратов.....	190
6.5. Рекурсивная задача наименьших квадратов.....	194
6.6. Решение рекурсивной задачи наименьших квадратов.....	196
6.7. Качество адаптивной фильтрации с помощью RLS-алгоритма.....	205
6.8. Выводы по главе.....	217
<b>Глава 7. Рекурсивная адаптивная фильтрация по критерию наименьших квадратов на основе обратного QR-разложения</b> .....	<b>218</b>
7.1. Введение.....	218
7.2. RLS-фильтрация с помощью прямого QR-разложения.....	219
7.3. Рекурсивное вычисление вектора весовых коэффициентов.....	222
7.4. Рекурсивное вычисление некоторых переменных.....	225
7.5. Обратное QR-разложение.....	228
7.6. Вычисление обратного разложения Холецкого.....	236
7.7. Параллельная реализация IQRD RLS-алгоритма.....	239
7.8. Выводы по главе.....	243

<b>Глава 8. Рекурсивная адаптивная фильтрация по критерию наименьших квадратов на базе прямого QR-разложения</b> .....	<b>244</b>
8.1. Введение.....	244
8.2. Рекурсивная форма прямого QR-разложения.....	245
8.3. Рекурсивное вычисление ошибок.....	250
8.4. Параллельная реализация QRD RLS-алгоритма.....	257
8.5. Выводы по главе.....	259
<b>Глава 9. Уменьшение вычислительной сложности рекурсивных алгоритмов адаптивной фильтрации по критерию наименьших квадратов</b> .....	<b>260</b>
9.1. Введение.....	260
9.2. Преобразование Хаусхолдера.....	261
9.3. RLS-алгоритм, использующий преобразование Хаусхолдера.....	265
9.4. Исключение операций извлечения квадратного корня в алгоритмах на основе обратного QR-разложения.....	270
9.5. Исключение операций извлечения квадратного корня в алгоритмах на основе прямого QR-разложения.....	277
9.6. Выводы по главе.....	283
<b>Глава 10. Линейно-ограниченная рекурсивная адаптивная фильтрация по критерию наименьших квадратов</b> .....	<b>284</b>
10.1. Введение.....	284
10.2. Постановка и решение линейно-ограниченной RLS-задачи адаптивной фильтрации.....	284
10.3. Линейно-ограниченный RLS-алгоритм.....	287
10.4. Двойное ограничение в RLS-алгоритме.....	291
10.5. RLS-алгоритм с двойным ограничением и линейной вычислительной сложностью.....	293
10.6. Выводы по главе.....	297
<b>Глава 11. Быстрые рекурсивные адаптивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов</b> .....	<b>298</b>
11.1. Введение.....	298
11.2. Линейное предсказание вперед.....	300
11.3. Линейное предсказание назад.....	304
11.4. Быстрое вычисление вектора коэффициентов Калмана.....	307
11.5. Соотношение между апостериорными и априорными ошибками.....	312
11.6. Рекурсивное вычисление отношения ошибок.....	313
11.7. Быстрый алгоритм Калмана.....	315
11.8. FTF-алгоритм.....	317



11.9. FAEST-алгоритм.....	320
11.10. Выводы по главе.....	323
<b>Глава 12. Быстрые лестничные алгоритмы.....</b>	<b>324</b>
12.1. Введение.....	324
12.2. Рекурсивное вычисление энергий ошибок линейного предсказания.....	325
12.3. Рекурсивное вычисление ошибок линейного предсказания и коэффициентов отражения.....	330
12.4. Рекурсивное вычисление ошибок моделирования требуемого сигнала адаптивного фильтра.....	334
12.5. Рекурсивные адаптивные алгоритмы на основе вычисления априорных и апостериорных ошибок.....	338
12.6. Рекурсивные адаптивные алгоритмы с обратными связями на основе вычисления априорных и апостериорных ошибок.....	343
12.7. Нормализованный лестничный алгоритм.....	350
12.8. Алгоритм на основе QR-разложения с операциями извлечения квадратного корня.....	359
12.9. Алгоритм на основе QR-разложения без операций извлечения квадратного корня.....	370
12.10. Алгоритм на основе QR-разложения с операциями извлечения квадратного корня в пространстве состояний.....	373
12.11. Выводы по главе.....	376
<b>Глава 13. Многоканальные RLS-алгоритмы.....</b>	<b>377</b>
13.1. Введение.....	377
13.2. B-SUSD линейное предсказание.....	378
13.3. B-SUSD-вычисление векторов коэффициентов Калмана и отношений ошибок линейного предсказания.....	385
13.4. B-SUSD быстрые RLS-алгоритмы.....	392
13.5. 1-SUSD линейное предсказание.....	398
13.6. 1-SUSD вычисление векторов коэффициентов Калмана и отношений ошибок линейного предсказания.....	402
13.7. 1-SUSD быстрые RLS-алгоритмы.....	411
13.8. Выводы по главе.....	418
<b>Глава 14. Другие разновидности RLS-алгоритмов.....</b>	<b>419</b>
14.1. Введение.....	419
14.2. Быстрые алгоритмы на основе обратного QR-разложения.....	420
14.3. Регуляризация RLS-алгоритмов.....	425
14.4. RLS-алгоритмы со скользящим окном.....	428

14.5. Одновременное использование скользящего окна и регуляризации в RLS-алгоритмах.....	432
14.6. Параллельные RLS-алгоритмы, допускающие вычисления с помощью двух или четырех процессоров.....	438
14.7. Особенности построения быстрых многоканальных алгоритмов аффинных проекций.....	443
14.8. Инициализация RLS-алгоритмов.....	458
14.9. Выводы по главе.....	463
<b>Глава 15. Применение адаптивных алгоритмов.....</b>	<b>464</b>
15.1. Введение.....	464
15.2. Моделирование адаптивных фильтров с помощью приложений DSP System Toolbox языка MATLAB.....	466
15.3. Нестандартные программные средства для моделирования адаптивных фильтров на языке MATLAB.....	471
15.4. Моделирование приложений адаптивной фильтрации с помощью Adaptive Filter Toolkit среды разработки LabVIEW.....	472
15.5. Нестандартные программные средства для моделирования адаптивных фильтров в среде разработки LabVIEW.....	484
15.6. Моделирование приложений адаптивной фильтрации с помощью Adaptive Equalization Library среды разработки SystemVue.....	489
15.7. Библиотека адаптивной фильтрации для ЦСП отечественного семейства «Мультикор».....	494
15.8. Приложения адаптивной фильтрации для цифровых сигнальных процессоров компаний Texas Instruments, Analog Devices и Freescale Semiconductor.....	498
15.9. Выводы по главе.....	501
<b>Заключение.....</b>	<b>502</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>505</b>
<b>Предметный указатель.....</b>	<b>521</b>

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ААР	– адаптивная антенная решетка.
АЦП	– аналого-цифровой преобразователь.
АЧХ	– амплитудно-частотная характеристика.
БИХ	– бесконечная импульсная характеристика.
БПФ	– быстрое преобразование Фурье.
ВК	– весовой коэффициент.
ГИП	– графический интерфейс пользователя.
ДН	– диаграмма направленности.
КИХ	– конечная импульсная характеристика.
МНК	– метод наименьшего квадрата.
ОСШ	– отношение сигнал—шум.
ПЛИС	– программируемая логическая интегральная схема.
РМНК	– рекурсивный метод наименьших квадратов.
ФНЧ	– фильтр низких частот.
ФЧХ	– фазочастотная характеристика.
СБИС	– сверхбольшая интегральная схема.
ЦАП	– цифро-аналоговый преобразователь.
ЦОС	– цифровая обработка сигналов.
ЦСП	– цифровой сигнальный процессор.
1-SUSD	– 1 Step Up Step Down.
B-SUSD	– Block Step Up Step Down.
СМ	– Constant Modulus, критерий постоянства модуля (оггибающей) информационных символов.
DPSK	– Differential PSK, дифференциальная квадратурная фазовая модуляция.
ERLE	– Echo Return Loss Enhancement, коэффициент ослабления эхо-сигнала.
FAEST	– Fast a Posteriori Error Sequential Technique.
FAP	– Fast Affine Projections, быстрый алгоритм аффинных проекций.
FK	– Fast Kalman.
FPGA	– Field-Programmable Gate Array, программируемая логическая матрица.
FTF	– Fast Transversal Filter.
IQRD	– Inverse QRD, обратное QR-разложение.
LC	– Linearly Constrained, линейно-ограниченный.
LC MV	– Linearly Constrained Minimum Variance.
LC MVDR	– LC MV Distortionless Response.
LMS	– Least Mean Square, алгоритм по критерию наименьшего среднего квадрата.
LS	– Least Squares, критерий наименьших квадратов.

- MIL – Matrix Inversion Lemma, лемма об обращении матрицы.
- MIMO – Multi Input – Multi Output, система со многими входами и многими выходами.
- MSE – Mean Square Error, среднеквадратическая ошибка.
- MV – Minimum Variance.
- NLMS – Normalized Least Mean Square, нормализованный алгоритм по критерию наименьшего среднего квадрата.
- PSK – Phase Shift Keying, квадратурная фазовая модуляция.
- QAM – Quadrature Amplitude Modulation, квадратурная амплитудная модуляция.
- QRD – QR Decomposition, QR-разложение.
- RLS – Recursive Least Squares, рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов.
- SISD – Single Instruction Single Data, скалярный режим ЦСП.
- UL – UL-разложение.
- VI – Virtual Instrument, виртуальный прибор.
- WLS – Weighted Least Squares, взвешенный критерий средних квадратов.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

$x(k)$  — входной сигнал адаптивного фильтра.

$d(k)$  — требуемый сигнал адаптивного фильтра.

$y(k), y_N(k)$  — выходной сигнал адаптивного фильтра.

$\alpha(k), \alpha_N(k)$  — априорная ошибка моделирования требуемого сигнала.

$e(k), e_N(k)$  — апостериорная ошибка моделирования требуемого сигнала.

$\alpha_N^f(k)$  — априорная ошибка линейного предсказания вперед входного сигнала.

$e_N^f(k)$  — апостериорная ошибка линейного предсказания вперед входного сигнала.

$\alpha_N^b(k)$  — априорная ошибка линейного предсказания назад входного сигнала.

$e_N^b(k)$  — апостериорная ошибка линейного предсказания назад входного сигнала.

$\varphi_N(k)$  — отношение апостериорной и априорной ошибок.

$e_o(k), z(k)$  — сигнал аддитивного шума.

$\sigma_x^2$  — дисперсия входного сигнала.

$\sigma_d^2$  — дисперсия требуемого сигнала.

$\sigma_o^2$  — дисперсия аддитивного шума.

$\mathbf{x}_N(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) сигналов адаптивного фильтра.

$\mathbf{x}_{N_m}(k)$  — вектор (с числом элементов  $N_m \times 1$ ) сигналов в  $m$ -м канале многоканального адаптивного фильтра.

$\xi_{\mathbf{p}_N}(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) искусственных сигналов динамической регуляризации корреляционной матрицы адаптивного фильтра.

$h_n(k)$  —  $n$ -й комплексный весовой коэффициент адаптивного фильтра.

$\mathbf{h}_N(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) комплексных весовых коэффициентов адаптивного фильтра.

$\Delta h_n(k)$  —  $n$ -й комплексный весовой коэффициент адаптивного фильтра в смещенной системе координат.

$\Delta \mathbf{h}_N(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) комплексных весовых коэффициентов адаптивного фильтра в смещенной системе координат.

$v_N(k)$  —  $n$ -й комплексный весовой коэффициент адаптивного фильтра в смещенной и повернутой системе координат.

$\mathbf{v}_N(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) комплексных весовых коэффициентов адаптивного фильтра в смещенной и повернутой системе координат.

$\mathbf{h}_{N,o}$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) оптимальных комплексных весовых коэффициентов адаптивного фильтра (винеровское решение, координаты минимума функции среднеквадратической ошибки).

$\mathbf{h}_{N,o_c}$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) оптимальных комплексных весовых коэффициентов адаптивного фильтра (винеровское решение, координаты минимума функции среднеквадратической ошибки) в задаче линейно-ограниченной адаптивной фильтрации.

$\tilde{h}_n(k)$  —  $n$ -й действительный весовой коэффициент адаптивного фильтра.

$\tilde{\mathbf{h}}_N(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) действительных весовых коэффициентов адаптивного фильтра.

$\Delta \tilde{h}_n(k)$  —  $n$ -й действительный весовой коэффициент адаптивного фильтра в смещенной системе координат.

$\Delta \tilde{\mathbf{h}}_N(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) действительных весовых коэффициентов адаптивного фильтра в смещенной системе координат.

$\tilde{v}_n(k)$  —  $n$ -й действительный весовой коэффициент адаптивного фильтра в смещенной и повернутой системе координат.

$\tilde{\mathbf{v}}_N(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) действительных весовых коэффициентов адаптивного фильтра в смещенной и повернутой системе координат.

$\tilde{\mathbf{h}}_{N,o}$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) действительных оптимальных весовых коэффициентов адаптивного фильтра (винеровское решение, координаты минимума функции среднеквадратической ошибки).

$\mathbf{h}_{N_m}(k)$  — вектор (с числом элементов  $N_m \times 1$ ) комплексных весовых коэффициентов в  $m$ -м канале многоканального адаптивного фильтра.

$\mathbf{h}_N^f(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) комплексных весовых коэффициентов фильтра линейного предсказания вперед.

$\mathbf{h}_N^b(k)$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) комплексных весовых коэффициентов фильтра линейного предсказания назад.

$N$  — число весовых коэффициентов адаптивного фильтра.

$N_m$  — число весовых коэффициентов в  $m$ -м канале многоканального адаптивного фильтра.

$M$  — число каналов в многоканальном адаптивном фильтре, относительное значение дополнительной среднеквадратической ошибки.

$k$  — индекс дискретного времени (номер отсчета обрабатываемого сигнала и итерации алгоритма).

$K$  — число итераций алгоритма.

$K_E$  — число итераций блочного алгоритма, на длительности которых оценивается значение градиента целевой функции.

$\mathbf{R}_N, \mathbf{R}_N(k)$  — корреляционная матрица (с числом элементов  $N \times N$ ).

$R_{mn}$  —  $mn$ -й элемент матрицы  $\mathbf{R}_N$ .

$\mathbf{R}_N^{-1}$  — обратная корреляционная матрица (с числом элементов  $N \times N$ ).

- $\tilde{\mathbf{R}}_N(k)$  — верхняя треугольная матрица (с числом элементов  $N \times N$ ), результат RQ-разложения.
- $\delta^2$  — параметр начальной и динамической регуляризации корреляционной матрицы.
- $\lambda_n$  —  $n$ -е собственное число корреляционной матрицы.
- $\chi$  — отношение максимального  $\lambda_{\max}$  и минимального  $\lambda_{\min}$  собственных чисел корреляционной матрицы.
- $\mathbf{q}_{N,n}$  —  $n$ -й собственный вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) корреляционной матрицы.
- $\mathbf{Q}_N$  — матрица (с числом элементов  $N \times N$ ) из собственных векторов корреляционной матрицы.
- $\Lambda_N$  — диагональная матрица собственных чисел (с числом элементов  $N \times N$ ).
- $\mathbf{S}_N$  — матрица Вандермонда (с числом элементов  $N \times N$ ).
- $\mathbf{I}_N$  — единичная квадратная матрица (с числом элементов  $N \times N$ ).
- $\mathbf{O}_N$  — нулевая квадратная матрица (с числом элементов  $N \times N$ ).
- $\mathbf{O}_{NM}$  — нулевая прямоугольная матрица (с числом элементов  $N \times M$ ).
- $\text{diag}\{\bullet\}$  — диагональная квадратная матрица.
- $\text{cov}\{\bullet\}$  — ковариационная матрица.
- $\det\{\bullet\}$  — определитель квадратной матрицы.
- $\text{tr}\{\bullet\}$  — след квадратной матрицы.
- $\mathbf{r}_N$  — вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ) взаимной корреляции между входными сигналами линейного сумматора и требуемым сигналом.
- $\mathbf{i}_N$  — единичный вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ).
- $\mathbf{0}_N$  — нулевой вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ).
- $\mathbf{e}_N$  — направляющий вектор (с числом элементов  $N \times 1$ ).
- T — знак операции транспонирования вектора или матрицы.
- H — знак операции эрмитова сопряжения вектора или матрицы.
- $E\{\bullet\}$  — операция усреднения по ансамблю реализаций.
- $F$  — целевая функция.
- $\mathbf{w}_N, \mathbf{w}_\infty$  — векторы (с числом элементов  $N \times 1$  и  $\infty \times 1$ ) весовых коэффициентов импульсного оклика идентифицируемой линейной системы или канала связи.
- $\infty$  — символ «бесконечность».
- $|\bullet|$  — операция взятия модуля от комплексного числа.
- $\|\bullet\|_2$  — евклидова норма вектора.
- $\delta(\bullet)$  — дельта-функция.
- $\text{Re}\{a\}$  — действительная часть комплексного числа  $a$ .
- $\text{Im}\{a\}$  — мнимая часть комплексного числа  $a$ .

$j = \sqrt{-1}$  — мнимая единица.

$*$  — операция комплексного сопряжения комплексной переменной.

$\nabla$  — оператор градиента.

$\hat{\nabla}$  — оценка вектора градиента целевой функции.

$\bar{\nabla}$  — оценка вектора градиента целевой функции в блочных адаптивных алгоритмах.

$\Delta$  — приращение переменной.

$\xi, \xi(k)$  — среднеквадратическая ошибка.

$\xi_{\min}$  — минимальное значение среднеквадратической ошибки.

$\xi_c$  — среднеквадратическая ошибка в задаче линейно-ограниченной адаптивной фильтрации.

$\xi_{\text{exc}}$  — дополнительная среднеквадратическая ошибка.

$\mathbf{C}_{NJ}$  — матрица (с числом элементов  $N \times J$ ) ограничений.

$\mathbf{c}_{N,j}$  —  $j$ -й вектор (с числом элементов  $J \times 1$ ) матрицы  $\mathbf{C}_{NJ}$ .

$\mathbf{f}_j$  — вектор (с числом элементов  $J \times 1$ ) значений ограничиваемого параметра.

$\lambda_j$  — вектор (с числом элементов  $J \times 1$ ) множителей Лагранжа.

$\Lambda_j(k)$  — матрица множителей Лагранжа (с числом элементов  $J \times J$ ).

$\mathbf{P}_N$  — проекционная матрица (с числом элементов  $N \times N$ ).

$\mu$  — постоянный шаг сходимости адаптивного алгоритма.

$\mu(k)$  — переменный шаг сходимости адаптивного алгоритма.

$\mu_{\max}$  — максимально допустимое значение шага сходимости адаптивного алгоритма.

$\hat{\mu}$  — масштабирующий множитель динамического шага сходимости.

$k_{\tau_n}$  — постоянная времени переходного процесса весовых коэффициентов адаптивного фильтра.

$k_{\tau_\xi}$  — постоянная времени переходного процесса обучающей кривой адаптивного фильтра.

$L$  — число статистически независимых испытаний при усреднении обучающих кривых, длина скользящего окна (число отсчетов) для оценки корреляционной матрицы при обработке нестационарных сигналов, размер (число отсчетов) в алгоритме аффинных проекций.

$\lambda$  — параметр экспоненциального взвешивания сигналов в рекурсивных алгоритмах по критерию наименьших квадратов.

$E_N(k)$  — целевая функция в рекурсивных алгоритмах по критерию наименьших квадратов.

$E_{N,\min}(k)$  — минимальное значение целевой функции в рекурсивных алгоритмах по критерию наименьших квадратов.

$E_N^f(k)$  — энергия ошибок линейного предсказания вперед.

$E_{N,\min}^f(k)$  — минимальное значение энергии ошибок линейного предсказания вперед.

$E_N^b(k)$  — энергия ошибок линейного предсказания назад.

$E_{N,\min}^b(k)$  — минимальное значение энергии ошибок линейного предсказания назад.

$\mathbf{g}_N(k)$  — апостериорный вектор коэффициентов Калмана.

$\mathbf{t}_N(k)$  — априорный вектор коэффициентов Калмана.

$\Gamma_n^f(k)$ ,  $\Gamma_n^b(k)$ ,  $\gamma_n(k)$  — коэффициенты отражения в лестничных адаптивных алгоритмах.

$\mathbf{T}_{N+M}$ ,  $\mathbf{S}_{N+M}$  — перестановочные матрицы (с числом элементов  $[N+M] \times [N+M]$ ) в многоканальных B-SUSD адаптивных алгоритмах.

$\mathbf{T}_{N+1}^{(m)}$ ,  $\mathbf{S}_{N+1}^{(m)}$  — перестановочные матрицы (с числом элементов  $[N+1] \times [N+1]$ )  $m$ -го канала в многоканальных 1-SUSD адаптивных алгоритмах.

$\mathbf{S}_F$  — матрица (с числом элементов  $F \times F$ ) знаков в параллельных адаптивных алгоритмах.

$\mathbf{d}_F(k)$  — вектор (с числом элементов  $1 \times F$ ) отсчетов требуемых сигналов адаптивного фильтра в параллельных адаптивных алгоритмах.

$\boldsymbol{\alpha}_F(k)$  — вектор (с числом элементов  $1 \times F$ ) отсчетов априорных ошибок адаптивного фильтра в параллельных адаптивных алгоритмах.

$\mathbf{G}_{NF}(k)$  — матрица (с числом элементов  $N \times F$ ) апостериорных коэффициентов Калмана адаптивного фильтра в параллельных адаптивных алгоритмах.

$\mathbf{X}_{NF}(k)$  — матрица (с числом элементов  $N \times F$ ) входных сигналов адаптивного фильтра в параллельных адаптивных алгоритмах.

$\begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} c & s^* \\ -s & c \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} c & -s^* \\ s & c \end{bmatrix}$  — матрицы элементарных вращений Гивенса.

$O(N)$  — линейная вычислительная сложность.

$O(N^2)$  — квадратичная вычислительная сложность.

$O(N^3)$  — кубическая вычислительная сложность.

$T_s$  — период дискретизации обрабатываемых сигналов.

$F_s$  — частота дискретизации обрабатываемых сигналов.

$\rho(k)$  — рассогласование, т.е. евклидова мера расстояния между вектором весовых коэффициентов адаптивного фильтра и вектором весовых коэффициентов идентифицируемого импульсного отклика.

$ERLE(k)$  — коэффициент ослабления эхо-сигнала.

Посвящается памяти моих родителей  
Марии Васильевны и Ивана Андреевича

*Виктор Джиган*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Цифровая обработка сигналов (ЦОС) сегодня широко используется в радиолокационных и радионавигационных системах, системах радио, проводной и оптической связи; в вычислительной и бытовой технике. Это обусловлено огромными теоретическими достижениями за последние шесть десятилетий в ЦОС, а также технологическими достижениями электронной техники, позволившими создавать одновременно компактные и высокопроизводительные цифровые устройства для реализации алгоритмов ЦОС в реальном масштабе времени. Столь длительное развитие теории и практики ЦОС привело к появлению в этой области знаний ряда самостоятельных научно-технических направлений. Адаптивная обработка сигналов — это одно из таких направлений.

Адаптивная обработка сигналов зарождалась в середине прошлого века. Однако корни используемых в ней математических методов уходят в более далекое прошлое. Затем эти методы были использованы Винером, Колмогоровым, Крейнсом, Левинсоном и рядом других ученых для формирования основных принципов адаптивной обработки сигналов. Использованию же адаптивной обработки сигналов на практике человечество обязано Бэрнард Уидроу (Bernard Widrow), который в конце 50-х годов прошлого века разработал и реализовал первый адаптивный фильтр на базе Least Mean Square (LMS) алгоритма, также известного как алгоритм по методу наименьшего квадрата (МНК).

Когда же требуется использовать адаптивную обработку сигналов, под которой обычно понимается адаптивная фильтрация? Тогда, когда с поставленной задачей не могут справиться фильтры с фиксированными параметрами. Как правило, это случаи когда условия фильтрации меняются, а потому требования к параметрам фильтра не могут быть сформулированы заранее.

Адаптивный фильтр — это фильтр с перестраиваемыми весовыми коэффициентами (ВК). В зависимости от решаемой задачи он может быть одноканальным или многоканальным, иметь действительные или комплексные ВК. Алгоритмы вычисления ВК могут быть простыми, как, например, LMS-алгоритм, или сложными, как, например, Recursive Least Squares (RLS) алгоритм, также известный как рекурсивный метод наименьших квадратов (РМНК).

Сегодня существует огромное число радиоэлектронных изделий, показатели работы которых немислимы без использования адаптивных фильтров.

Примерами таких изделий являются адаптивные антенные решетки, адаптивные компенсаторы сигналов электрического и акустического эха, адаптивные эквалайзеры (выравниватели) электрических характеристик каналов связи, адаптивные компенсаторы шумов и ряд других устройств. Адаптивные фильтры, входящие в состав этих устройств, в зависимости от используемого алгоритма вычисления ВК демонстрируют различную функциональную эффективность. Для ответа на вопросы, почему это так и от чего это зависит, необходимо понимать, что представляет собой адаптивная фильтрация сигналов с математической точки зрения.

Ответы на эти вопросы содержатся в многочисленных публикациях в периодических изданиях, трудах научно-технических конференций и технических книгах, посвященных адаптивной обработке сигналов, в основном на английском языке и труднодоступных большинству российских читателей. Переводные книги [1—3] не содержат в себе многих важных аспектов адаптивной обработки сигналов, а также уже являются библиографической редкостью. Книги российских авторов [4, 5] являются узкоспециализированными, так как отражают лишь аспекты адаптивной обработки сигналов в антенных решетках.

Настоящая книга является первым систематическим изложением теории (математических основ) и алгоритмов (практики) адаптивной фильтрации на русском языке. В книге рассматривается большое число разнообразных алгоритмов адаптивной фильтрации: от простейших алгоритмов на базе стратегий градиентного спуска до сложных алгоритмов по критерию наименьших квадратов. Изложение материала дается для общего случая фильтрации комплексных сигналов, в то время как в большинстве других книг аналогичные материалы излагаются, как правило, лишь для случая фильтрации действительных сигналов. Рассматриваются алгоритмы для одноканальных и многоканальных адаптивных фильтров. Книга иллюстрирована большим числом рисунков и графиков, отражающих результаты численных экспериментов. И хотя в книге не преследуется цель описания приложений адаптивных фильтров, в ней приводятся общие сведения о таких наиболее известных приложениях, как адаптивные антенные решетки, эхо-компенсаторы, эквалайзеры каналов связи и ряд других.

Книга структурирована следующим образом.

В главе 1 приводятся общие сведения об адаптивной обработке сигналов, о структурах, целевых функциях и критериях работы адаптивных фильтров, а также показателях их качества. Рассматриваются примеры применения адаптивных фильтров при решении практических задач, встречающихся в радиотехнике и связи.

В главе 2 дается определение оператора комплексного градиента и рассматриваются его свойства. Анализируются результаты применения этого опера-

тора к действительным и комплексным целевым функциям. Эти результаты также сравниваются с результатами применения оператора действительного градиента к действительным целевым функциям.

Глава 3 посвящена фундаментальным понятиям адаптивной обработки сигналов, таким как корреляционная матрица, собственные числа и собственные векторы этой матрицы, поверхность среднеквадратической ошибки, безусловная и условная (линейно-ограниченная) винеровская фильтрация сигналов.

В главе 4 описываются два способа поиска решения задачи винеровской фильтрации: алгоритм Ньютона и алгоритм наискорейшего спуска. Анализируются свойства этих алгоритмов и приводятся результаты их численного моделирования.

В главе 5 рассматривается LMS-алгоритм адаптивной фильтрации. Анализируются свойства этого алгоритма и приводятся результаты его численного моделирования. Также рассматриваются нормализованная версия LMS-алгоритма (NLMS-алгоритм), LMS- и NLMS-алгоритмы с переменным шагом сходимости, изменяемым по градиентному закону, и линейно-ограниченные версии LMS- и NLMS-алгоритмов.

В главе 6 рассматриваются постановка и решение задачи идентификации линейных объектов по критерию наименьших квадратов, а также RLS-алгоритм адаптивной фильтрации, вытекающий из этой задачи и полученный с помощью леммы об обращении матриц для рекурсивного обращения корреляционной матрицы входных сигналов адаптивного фильтра. Анализируются свойства этого алгоритма и приводятся результаты его численного моделирования.

В главе 7 рассматривается RLS-алгоритм адаптивной фильтрации сигналов на основе обратного QR-разложения с использованием вращений Гивенса. Представлены основные шаги получения алгоритма, его вычислительная процедура, а также вопросы аппаратной реализации, ориентированной на параллельные вычисления.

В главе 8 рассматривается RLS-алгоритм адаптивной фильтрации сигналов, основанный на прямом QR-разложении с использованием вращений Гивенса.

В главе 9 рассматривается RLS-алгоритм адаптивной фильтрации сигналов, основанный на обратном QR-разложении с использованием преобразования Хаусхолдера. Также описывается способ исключения операций извлечения квадратного корня в RLS-алгоритмах на основе прямого и обратного QR-разложений с использованием вращений Гивенса.

В главе 10 описаны три алгоритма линейно-ограниченной рекурсивной адаптивной фильтрации сигналов по критерию наименьших квадратов, основанные на использовании леммы об обращении матриц.

В главе 11 рассматриваются быстрые, т.е. вычислительно эффективные, RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации, основанные на использовании леммы об обращении клеточных матриц.

Главе 12 посвящена вопросам построения быстрых лестничных RLS-алгоритмов. Приводятся вычислительные процедуры десяти разновидностей таких алгоритмов.

В главе 13 рассматриваются многоканальные версии быстрых RLS-алгоритмов, рассмотренных в главах 6—11, для адаптивных фильтров с неодинаковым числом весовых коэффициентов в каналах.

В главе 14 рассматривается ряд RLS-алгоритмов адаптивной фильтрации, которые могут быть построены на основе приемов, описанных в главах 6—13. Это быстрые алгоритмы на основе QR-разложения, а также алгоритмы обработки нестационарных сигналов и их параллельные версии, которые могут использоваться как самостоятельно, так и в качестве части вычислительных процедур в быстрых алгоритмах аффинных проекций. Кроме того, в главе освещены вопросы инициализации (задания начальных значений ВК) RLS-алгоритмов.

В главе 15 приводятся сведения о стандартных и нестандартных средствах моделирования адаптивных фильтров и их приложений на языке программирования MATLAB, LabVIEW и SystemVue. Кроме того, приводятся сведения о прикладных адаптивных фильтрах, реализованных на современных цифровых сигнальных процессорах отечественного и зарубежного производства.

Таким образом, в книге изложены основные теоретические вопросы адаптивной обработки комплексных сигналов, рассмотрены алгоритмы вычисления ВК для одно- и многоканальных адаптивных фильтров, включая фильтры, предназначенные для обработки нестационарных сигналов. В ней обобщены и представлены с единой точки зрения как известные, так и оригинальные сведения, которые отражают результаты моих многолетних исследований в области адаптивной обработки сигналов.

Я надеюсь, что у читателей сложится систематическое представление об адаптивной обработке сигналов, а полученные знания вызовут мотивацию для ее дальнейшего изучения, развития и использования на практике.

Книга будет полезна как зрелым, так и начинающим научным работникам, инженерам, а также аспирантам и студентам. Книга получилась достаточно объемной, хотя многие вопросы адаптивной обработки сигналов остались за ее рамками. Подробное изложение делает эту книгу самодостаточной, а потому простой и понятной.

Насколько это удалось, судить читателям. Я буду признателен за любые замечания и пожелания, касающиеся этой книги. Ваши отзывы можно направлять по адресу электронной почты [djigan@yandex.ru](mailto:djigan@yandex.ru).

Пользуясь случаем, я хотел бы выразить благодарность моим учителям Незлину Д. В., Бецу В. П., Колюскину В. А. и Мингазину А. Т. за полученные под их руководством знания за время учебы в Московском институте электронной техники (сейчас Национальный исследовательский университет «МИЭТ»), приведшие меня в конечном итоге в адаптивную обработку сигналов, а также коллегам и друзьям Александрову Ю. Н., Архипкину В. Я., Акопяну А. Г., Быстрову А. Н., Брюханову Ю. А., Вечтомову В. А., Витязеву В. В., Витязеву С. В., Головенко Ю. Н., Гринкевичу В. Э., Гудковой Н. В., Гурееву А. В., Егорову С. И., Засову В. А., Захарову Ю. В., Земляку А. М., Лесникову В. А., Лупину С. А., Петричковичу Я. Я., Петрову А. С., Петрову В. Г., Плетневой И. Д., Приорову А. Л., Карпенко А. Л., Комарову В. Т., Коплович Е. А., Светлову А. Ю., Семушину И. В., Сергиенко А. Б., Солохиной Т. В., Ханяну Г. С., Хряшеву В. В., Чистюхину В. В., Чобану М. К. и Щербакову С. В. за постоянную поддержку и оценку моей работы.

Отдельная благодарность сотрудникам российских представительств компаний Agilent Technologies и National Instruments Бардашовой О. Н., Бурматову А. В., Жигунову Б. С., Иванисову А. В., Кондратьеву Д. Е., Петренко Б. П., Подольскому А. С., Руданову Г. С., Сепояну П. Р. и Чутко О. В. за поддержку моих работ и предоставление информационных материалов по программным продуктам LabVIEW и SystemVue, вошедших в главу 15 настоящей книги.

Я также выражаю благодарность своим зарубежным коллегам Джону М. Чиоффи (John M. Cioffi), Стивену Л. Гранту (Steven L. Grant) и Эдварду Джонсу (Edward Jones), внесшим свой вклад в формирование моего профессионального интереса к адаптивной обработке сигналов.

Я благодарю сестру Александру и брата Василия за их постоянную поддержку.

Особая благодарность моей жене Галине и дочерям Марии и Ольге за их понимание и поддержку на протяжении написания этой книги и в повседневной жизни.

# ГЛАВА I

## ВВЕДЕНИЕ В АДАПТИВНУЮ ОБРАБОТКУ СИГНАЛОВ

Настоящая глава является введением в теорию адаптивной обработки сигналов. В ней приводятся общие сведения об адаптивных фильтрах, их структурах, целевых функциях, критериях работы, а также показателях качества. Рассматриваются примеры применения адаптивных фильтров при решении практических задач, встречающихся в радиотехнике и связи: адаптивные эхо-компенсаторы, эквалайзеры, антенные решетки, адаптивная шумочистка и адаптивная фильтрация узкополосных сигналов.

### I.1. Введение

Согласно разным оценкам на сегодняшний день в научно-технических журналах и трудах научно-технических конференций насчитывается более 10 тысяч публикаций, освещающих самые разные вопросы теории и практики адаптивной обработки сигналов. Эти вопросы также рассматриваются в ряде книг [1—33]. Такое число публикаций свидетельствует об огромных теоретических достижениях в этой области, нашедших свое отражение в адаптивных устройствах, применяемых на протяжении уже многих десятилетий в различных радиоэлектронных изделиях. Примерами адаптивных устройств являются компенсаторы сигналов электрического и акустического эха, эквалайзеры (выравниватели) характеристик электрических и акустических каналов связи, адаптивные антенные и акустические решетки [34—36]. Сегодня можно констатировать тот факт, что адаптивные устройства — это неотъемлемые элементы оборудования современных радиотехнических систем и систем связи, тактико-технические характеристики которых порой недостижимы без использования адаптивной обработки сигналов.

Действительно, сигналы ближнего и дальнего эха являются источниками помех для модемов, работающих в дуплексном режиме, а межсимвольная интерференция является источником помех в каналах связи с ограниченной по-

лосой пропускания. Для достижения модемами высоких скоростей передачи и приема цифровых данных эти помехи должны быть подавлены, что осуществляется с помощью адаптивных эхо-компенсаторов и эквалайзеров.

Положительная обратная акустическая связь, возникающая в оборудовании озвучивания помещений (концертные залы, залы для совещаний) и в устройствах голосовой связи («hands-free»), устраняется с помощью адаптивных компенсаторов сигналов акустического эха. Выравнивание акустических характеристик помещений при использовании оборудования высококачественного воспроизведения звука осуществляется с помощью адаптивных эквалайзеров.

Подавление активных помех, частотный диапазон которых совпадает с частотным диапазоном полезного сигнала, в радиолокации, гидролокации и связи осуществляется с помощью адаптивных антенных и акустических решеток. Эти решетки являются пространственными фильтрами. Они обеспечивают подавление сигналов помех, направления на источники которых отличаются от направления на источник полезного сигнала.

Практические результаты адаптивной обработки сигналов во многом сегодня обязаны технологическим достижениям в электронике и микроэлектронике, благодаря которым появились одновременно высокопроизводительные и компактные цифровые устройства на базе программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) и сверхбольших интегральных схем (СБИС) цифровых сигнальных процессоров (ЦСП). Эти устройства обеспечивают реализацию сложных алгоритмов ЦОС в реальном масштабе времени, т. е. на требуемой частоте дискретизации обрабатываемых сигналов.

Таким образом, многолетние теоретические и практические достижения в адаптивной обработке сигналов позволяют считать ее сложившимся научно-техническим направлением в современных радиотехнике и связи.

Но что такое адаптивная обработка сигналов, или, в более широком смысле, адаптация? Вот лишь некоторые определения этого термина [3]. «Адаптация — это:

- действие, процесс приспособления;
- состояние приспособляемого, приспособление;
- любое изменение в структуре или функции организма или любой из его частей в результате естественного отбора, с помощью которого организм становится более приспособленным для выживания и размножения в окружающей его среде; видоизменение формы или структуры в соответствии с изменением окружающей среды;
- ослабление отклика сенсорных рецепторов, таких как зрение, осязание, температура, обоняние, слух и боль, на изменяющиеся, постоянно воздействующие условия окружающей среды;

- регулирование зрачком количества света, поступающего в глаз;
- медленное, обычно не осознанное изменение индивидуальной и социальной деятельности в процессе приспособления к культурной среде».

Перечисленные определения термина «адаптация» характеризуют в основном живой мир. Однако этот термин применим и к искусственным устройствам и системам, которые в процессе своего функционирования могут самообучаться. В основе большинства искусственных адаптивных устройств лежит **адаптивный фильтр**.

Фильтрация сигналов — это такая их обработка, целью которой является извлечение интересующей информации, например сигналов, обладающих определенными характеристиками. Обработка сигналов может выполняться как аналоговым, так и цифровым способом. В книге мы будем рассматривать только цифровую фильтрацию, предполагая, что обрабатываемые сигналы дискретизованы с частотой, регламентируемой теоремой Котельникова, известной в зарубежной литературе как теорема отсчетов, и оцифрованы с числом разрядов, определяемым динамическим диапазоном этих сигналов.

Известно, что свойства цифрового фильтра с фиксированными параметрами обычно определяются его передаточной функцией. В свою очередь, передаточная функция определяет структуру фильтра и его вычислительную сложность. Если требования к передаточной функции невозможно сформулировать заранее или эти требования могут меняться в процессе работы фильтра, то вместо фильтра с фиксированными параметрами необходимо использовать фильтр с изменяемыми параметрами, например адаптивный.

Так как параметры адаптивного фильтра меняются в процессе его работы, то очевидно, что такой фильтр является нелинейным устройством. Однако при каждом фиксированном значении параметров адаптивный фильтр представляет собой линейное устройство, так как между его входными и выходными сигналами обычно существует линейная зависимость, определяемая текущим набором ВК, подобно линейным фильтрам с фиксированными параметрами.

Таким образом, адаптивный фильтр — это фильтр с изменяемыми в процессе работы параметрами, набор которых во многом зависит от критерия работы адаптивного фильтра. Этим критерием часто является достижение минимума некоторой целевой функции, как правило, квадратичной функции ошибки между так называемым требуемым и выходным сигналами адаптивного фильтра. Достижение минимума целевой функции означает, что выходной сигнал адаптивного фильтра «близок» к требуемому сигналу, т.е. повторяет по форме этот сигнал.

Выходной сигнал адаптивного фильтра приближается к требуемому сигналу за счет изменения ВК, рассчитываемых на основе обработки требуемого и вход-

ного (входных в многоканальном случае) сигналов. В установившемся режиме значения ВК соответствуют минимуму целевой функции или находятся в небольшой окрестности этого минимума. Так как состояние адаптивного фильтра меняется в процессе настройки ВК, то считается, что он приспосабливается или адаптируется к существующим условиям функционирования. Поэтому и такой фильтр, и алгоритм вычисления его ВК называют адаптивными.

Адаптивные алгоритмы являются основным предметом рассмотрения в настоящей книге. Это, собственно, алгоритмы фильтрации, т.е. вычисления выходного сигнала адаптивного фильтра, и алгоритмы вычисления его ВК. Совокупность данных алгоритмов будем равнозначно называть или адаптивным фильтром, или адаптивным алгоритмом.

Анализ адаптивных фильтров как нелинейных устройств является более сложным, чем анализ фильтров с фиксированными параметрами. Но адаптивные фильтры являются самонастраивающимся и с этой точки зрения они более простые, так как не требуют использования сложных и ресурсоемких методов расчета, применяемых при синтезе фильтров с фиксированными ВК.

Если условия функционирования меняются, то адаптивный фильтр может эти изменения в некоторой степени отслеживать. При этом следует понимать, что адаптивный фильтр и следящая система — это не совсем одно и то же. Адаптивный фильтр, подобно фильтрам с фиксированными ВК, характеризуется длительностью переходного процесса. Если изменения в системе медленные, т.е. происходят за время, существенно превышающее длительность переходного процесса адаптивного фильтра, то этот фильтр такие изменения, как правило, отслеживает. По мере же увеличения скорости изменений в системе эффективность адаптивного фильтра падает, так как за время изменения он не успевает «полностью настроиться», т.е. перейти в установившийся режим, когда его переходный процесс считается законченным.

В общем случае одноканальный адаптивный фильтр представляет собой устройство, показанное на рис. 1.1. Здесь  $x(k)$  — входной сигнал,  $d(k)$  — требуемый сигнал (используемый в обозначении символ «d» происходит от английского слова «desired», т.е. требуемый),  $y(k)$  — выходной сигнал,  $\alpha(k) = d(k) - y(k)$  — сигнал ошибки,  $k$  — индекс дискретного времени или номер отсчета обрабатываемого сигнала. Эти отсчеты обычно равномерно распределены на оси времени как  $t = kT_s = k/F_s$ , где  $T_s$  — период дискретизации, а  $F_s$  — частота дискретизации обрабатываемых сигналов. Длительность одной итерации адаптивного алгоритма, т.е. время, в течение которого осуществляется расчет ВК, используемых для вычисления выходного сигнала адаптивного фильтра на следующей итерации, в большинстве случаев равна одному периоду дискретизации. Если расчет ВК ведется медленно, т.е. в течение нескольких периодов дискретизации, то формирование сигнала  $y(k)$  все равно необходимо

осуществлять на каждом периоде дискретизации для удовлетворения требованиям теоремы Котельникова.

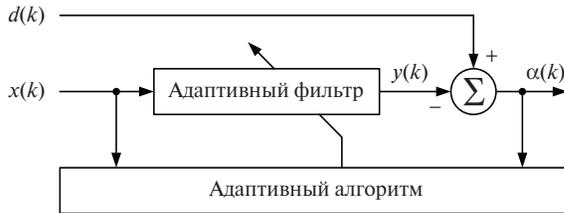


Рис. 1.1. Адаптивный фильтр

Для работы адаптивного фильтра, как правило, недостаточно информации, получаемой только из входного сигнала. Источником недостающей информации обычно служит требуемый сигнал  $d(k)$ , физическая природа которого определяется конкретным применением адаптивного фильтра. Применение является одним из факторов, определяющих требования, предъявляемые к адаптивному фильтру на этапе проектирования.

## 1.2. Требования к адаптивным фильтрам

Согласно [29] основные требования к адаптивному фильтру определяются такими составляющими, как приложение, структура и алгоритм.

**1. Приложения.** Тип приложения определяется сигналами, поступающими из окружающей среды в качестве входного  $x(k)$  и требуемого  $d(k)$  сигналов. Наиболее известными и широко используемыми приложениями адаптивных фильтров являются уже упоминавшиеся эхо-компенсаторы, эквалайзеры, адаптивные решетки и ряд других устройств. Данная книга не преследует своей целью рассмотрение приложений адаптивных фильтров. Однако некоторые из них будут кратко рассмотрены в настоящей главе с целью демонстрации областей использования адаптивных фильтров при решении задач радиотехники и связи.

**2. Структуры адаптивных фильтров.** Подобно фильтрам с фиксированными ВК, существуют две основные структуры адаптивных фильтров. Это фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ), или трансверсальные, и фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ), или рекурсивные. Структура одноканального адаптивного КИХ-фильтра приведена на рис. 1.2.

Выходной сигнал  $y(k)$  адаптивного фильтра формируется как линейная комбинация задержанных отсчетов входного сигнала  $x(k-n+1)$ , взятых с весами  $h_n(k-1)$ , вычисляемыми на предыдущих итерациях  $(k-1)$  по отношению к текущим итерациям  $k$ , т. е. как

$$y(k) = \sum_{n=1}^N h_n^*(k-1)x(k-n+1) = \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k), \quad (1.1)$$

где  $N$  — число ВК фильтра, а  $\mathbf{h}_N(k-1) = [h_1(k-1), h_2(k-1), \dots, h_n(k-1), \dots, h_{N-1}(k-1), h_N(k-1)]^T$  — вектор ВК и  $\mathbf{x}_N(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-n+1), \dots, x(k-N+2), x(k-N+1)]^T$  — вектор сигналов в фильтре. Порядок фильтра определяется как  $N-1$ , т. е. по числу линий задержки. Векторы  $\mathbf{h}_N(k)$  и  $\mathbf{x}_N(k)$  в общем случае являются комплексными.

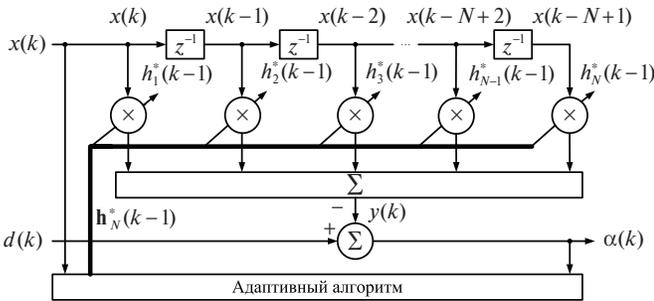


Рис. 1.2. Одноканальный адаптивный КИХ-фильтр

Здесь и далее верхний индекс  $T$  будет использоваться для обозначения операции транспонирования вектора или матрицы, а верхний индекс  $H$  — для обозначения операции эрмитова сопряжения, т. е. транспонирования и комплексного сопряжения, обозначаемого символом  $*$ , элементов вектора или матрицы. Первый нижний индекс  $N$  в обозначениях векторов и матриц будет указывать на число элементов в векторе или число элементов в квадратной матрице, определяемое как  $N \times N$ . Число элементов в прямоугольной матрице будет обозначаться двумя первыми нижними индексами. Например, запись  $\mathbf{A}_{NM}^T$  будет обозначать операцию транспонирования матрицы  $\mathbf{A}_{NM}$ , т. е. матрицу  $\mathbf{B}_{MN} = \mathbf{A}_{NM}^T$ . Таким образом, нижние индексы в обозначении матриц будут указывать на число элементов нетранспонированных матриц. В ряде случаев нижний индекс  $N$  также будет использоваться в обозначениях скалярных переменных, указывая на то, что эти переменные являются функциями от  $N$ -мерных векторов для различения одноименных скалярных переменных, являющихся функциями от  $(N+1)$ -,  $N$ - или  $(N-1)$ -мерных векторов в быстрых алгоритмах адаптивной фильтрации.

Векторы везде будут обозначаться полужирными строчными символами, а матрицы — полужирными заглавными. Элементы матриц и векторов будут обозначаться соответственно обычными строчными и заглавными символами. Нижние индексы в элементах матриц и векторов будут обозначать номера этих элементов в матрицах и векторах согласно общепринятой системе их нумерации. В качестве других признаков в обозначениях векторов, матриц или их элементов могут быть использованы различные символы в нижнем индексе,

следующие через запятую после обозначения размера вектора или матрицы или номеров их элементов, а также символы в верхнем индексе. Единичная матрица (квадратная диагональная матрица с единицами на главной диагонали и нулевыми остальными элементами) будет обозначаться символом  $\mathbf{I}_N$ , нулевые матрицы (матрицы, содержащие только нулевые элементы) — символами  $\mathbf{O}_N$  и  $\mathbf{O}_{NM}$ , единичный вектор (вектор, содержащий все единицы) — символом  $\mathbf{i}_N$ , а нулевой вектор (вектор, содержащий только нулевые элементы) — символом  $\mathbf{0}_N$ . Под вектором обычно будет пониматься вектор-столбец.

Используя выходной сигнал адаптивного фильтра (1.1), можно вычислить сигнал априорной ошибки моделирования требуемого сигнала  $d(k)$  как

$$\alpha(k) = d(k) - y(k) = d(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k). \quad (1.2)$$

Сигнал апостериорной ошибки определяется при ВК, равных  $\mathbf{h}_N(k)$ , как

$$e(k) = d(k) - \hat{y}(k) = d(k) - \mathbf{h}_N^H(k)\mathbf{x}_N(k). \quad (1.3)$$

Как видно, термины «априорный» и «апостериорный» связаны со значениями ВК адаптивного фильтра, вычисляемыми соответственно на предыдущей и текущей итерациях алгоритма адаптивной фильтрации.

На практике при работе адаптивного фильтра на его выходе наблюдаются априорные ошибки (1.2), так как текущее значение выходного сигнала фильтра  $y(k)$  формируется по значениям ВК, вычисленным на предыдущей итерации. Апостериорные ошибки (1.3) обычно используются в алгоритмах вычисления ВК и при формировании целевой функции работы адаптивного фильтра, например среднеквадратической ошибки (Mean Square Error, MSE)  $F = E\{e(k)e^*(k)\} = E\{|e(k)|^2\}$ , где  $E\{\bullet\}$  — операция усреднения по ансамблю реализаций. В случае КИХ-фильтров такая функция, как будет показано в главе 3, является действительной унимодальной квадратичной функцией в пространстве действительных или комплексных ВК, т. е. характеризуется единственным минимумом.

В книге будут рассматриваться в основном адаптивные фильтры с комплексными ВК. Это обусловлено некоторыми математическими тонкостями, используемыми при получении алгоритмов вычисления ВК для таких фильтров, а также тем, что переход от адаптивных алгоритмов для фильтров с действительными ВК к алгоритмам для фильтров с комплексными ВК часто не очевиден, несмотря на то, что он сводится в основном к правильной расстановке операций комплексного сопряжения некоторых переменных, используемых в алгоритмах.

Поэтому в настоящей книге теория адаптивной фильтрации будет излагаться применительно к фильтрам с комплексными ВК, так как в большинстве литературных источников адаптивные алгоритмы рассматриваются в основном для фильтров с действительными ВК. Переход от описания фильтров с комплекс-

ными ВК к описанию фильтров с действительными ВК является тривиальным и обычно сводится к исключению всех операций комплексного сопряжения в матрицах, векторах и скалярных переменных. Этот переход, как будет показано в главе 2, сопровождается появлением в некоторых математических выражениях фиксированного множителя, равного 2, который отсутствует в математических выражениях алгоритмов для адаптивных фильтров с комплексными ВК.

В адаптивных антенные решетках (ААР) или эхо-компенсаторах и эквалайзерах оборудования цифровых систем связи с квадратурной модуляцией обрабатываются комплексные сигналы. Это естественным образом приводит к необходимости использования адаптивных фильтров с комплексными ВК.

В общем случае адаптивные КИХ-фильтры могут быть многоканальными и при этом содержать неодинаковое число ВК в каналах (рис. 1.3). Вектор ВК такого  $M$ -канального адаптивного фильтра

$$\mathbf{h}_N(k-1) = [\mathbf{h}_{N_1}^T(k-1), \mathbf{h}_{N_2}^T(k-1), \dots, \mathbf{h}_{N_m}^T(k-1), \dots, \mathbf{h}_{N_{M-1}}^T(k-1), \mathbf{h}_{N_M}^T(k-1)]^T$$

образуется из последовательности векторов ВК каналов

$$\mathbf{h}_{N_m}(k) = [h_{1,m}(k-1), h_{2,m}(k-1), \dots, h_{n,m}(k-1), \dots, h_{N_{m-1},m}(k-1), h_{N_{m,m}}(k-1)]^T,$$

а вектор сигналов  $\mathbf{x}_N(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^T(k), \mathbf{x}_{N_2}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_{M-1}}^T(k), \mathbf{x}_{N_M}^T(k)]^T$  — из последовательности векторов сигналов каналов

$$\mathbf{x}_{N_m}(k) = [x_m(k), x_m(k-1), \dots, x_m(k-n_m+1), \dots, x_m(k-N_m+2), x_m(k-N_m+1)]^T.$$

Суммарное число ВК многоканального фильтра определяется как  $N = \sum_{m=1}^M N_m$ .

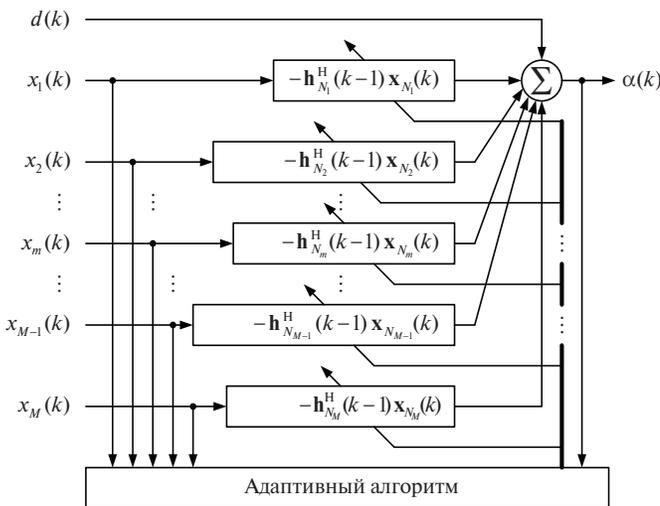


Рис. 1.3. Многоканальный адаптивный КИХ-фильтр

Неодинаковое число ВК в каналах многоканального адаптивного фильтра, с одной стороны, часто диктуется физической природой задачи, а с другой — обусловлено всегда существующими ограничениями на вычислительную сложность реализации фильтров. Так как в адаптивных фильтрах вычислительная сложность является функцией полного числа ВК  $N$ , то это число не следует увеличивать, если на то нет каких-либо причин, несмотря даже на то, что ряд алгоритмов, например для многоканальных адаптивных фильтров с одинаковым числом ВК в каналах, математически (алгоритмически) «много проще» алгоритмов для фильтров с неодинаковым числом ВК в каналах.

Под вычислительной сложностью алгоритмов ЦОС, к которым принадлежат и алгоритмы адаптивной фильтрации сигналов, понимается число арифметических операций (обычно сложений, вычитаний, умножений и делений, а иногда и более сложных операций, например извлечения квадратных корней), требуемых для выполнения одной итерации алгоритма.

Следует отметить две частные структуры адаптивного фильтра (см. рис. 1.3). Это многоканальный фильтр с одним ВК ( $N_m = 1, m = 1, 2, \dots, M$ ) в каждом из каналов, который используется в узкополосных ААР, и многоканальный фильтр с одинаковым числом ВК в каналах  $N_1 = N_2 = \dots = N_M > 1$ , который используется в широкополосных акустических решетках [1, 4–6, 23] или многоканальных компенсаторах сигналов акустического эха [37]. Структура многоканального фильтра общего вида (см. рис. 1.3) также используется при реализации нелинейных полиномиальных адаптивных фильтров, в которых нелинейные ядра представляют собой наборы из многоканальных фильтров с числом ВК в каналах, изменяемым от  $N_1 = 1$  до  $N_M = N$  с шагом, равным одному ВК [28]. Кроме того, компенсатор сигналов ближнего и дальнего эха в модемах для проводных каналов связи [38] или эквалайзер с обратной связью [39, 40] можно также рассматривать как двухканальный адаптивный фильтр с неодинаковым числом ВК в каналах.

В настоящей книге в основном будут рассматриваться одноканальные адаптивные фильтры. В главе 13 будут рассмотрены многоканальные адаптивные фильтры общего вида (см. рис. 1.3).

Адаптивные БИХ-фильтры [16] на сегодняшний день пока еще не нашли широкого применения на практике, так как, помимо проблем с устойчивостью, им свойственна проблема многоэкстремальности (т. е. неунимодальности) целевой функции, что не позволяет в общем случае гарантировать сходимость процесса вычисления ВК к глобальному (т. е. наилучшему) решению.

**3. Алгоритмы.** Адаптивный алгоритм — это процедура вычисления ВК, обеспечивающих минимизацию целевой функции адаптивного фильтра, т. е. выполнения критерия его работы. Алгоритм характеризуется видом используемой целевой функции, методом поиска оптимального решения и природой

сигналов ошибок. В адаптивных алгоритмах, как правило, используются арифметические операции как над априорными, так и над апостериорными ошибками. Процедуры вычисления выходных сигналов адаптивного фильтра  $y(k) = \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k)$  и  $\hat{y}(k) = \mathbf{h}_N^H(k)\mathbf{x}_N(k)$  в уравнениях (1.2) и (1.3), т. е. собственно фильтрация сигналов, также часто считаются составными частями адаптивного алгоритма.

Большинство вычислений в адаптивных алгоритмах представляет собой итерационные процедуры. Эти итерации, как правило, совпадают по длительности с периодом дискретизации обрабатываемых сигналов. При этом вычисляемые переменные обновляются на каждой итерации в результате прибавления некоторых добавок к предыдущим значениям или вычитания этих добавок из предыдущих значений.

Например, вычисление ВК в адаптивном алгоритме по критерию наименьшего среднего квадрата (Least Mean Square, LMS) выполняется как

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mu \mathbf{x}_N(k)\alpha^*(k), \quad (1.4)$$

т. е.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{текущее} \\ \text{значение} \\ \text{вектора ВК} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{предыдущее} \\ \text{значение} \\ \text{вектора ВК} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{шаг} \\ \text{сходимости} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{вектор} \\ \text{входных} \\ \text{сигналов} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ошибка} \end{array} \right\}.$$

В рекурсивных алгоритмах по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) вычисление ВК выполняется как

$$\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mathbf{g}_N(k)\alpha^*(k), \quad (1.5)$$

т. е.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{текущее} \\ \text{значение} \\ \text{вектора ВК} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{предыдущее} \\ \text{значение} \\ \text{вектора ВК} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{вектор} \\ \text{коэффициентов} \\ \text{Калмана} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ошибка} \end{array} \right\}.$$

Здесь текущие и предыдущие значения векторов ВК связаны с номерами итераций алгоритма  $k$  и  $k-1$ . В ряде других алгоритмов, например в алгоритмах на основе QR-разложения и в лестничных алгоритмах, также используются рекурсивные вычисления, связанные с изменением порядка фильтра на единицу на каждой итерации по  $k$ .

Выбор адаптивного алгоритма обычно обусловлен рядом таких требований, как длительность переходного процесса, характеризующая скорость сходимости и следящие свойства адаптивного фильтра; значение остаточных ошибок в установившемся режиме, характеризующее точность нахождения оптимального решения; вычислительная сложность алгоритма, характеризующая сложность его аппаратной или программной реализации.

К этим требованиям следует добавить понятие алгоритмической сложности, под которой понимается сложность математического представления алгоритмов, обусловленная числом и разнообразием математических выражений (формул), являющихся, собственно, алгоритмом. Алгоритмическая сложность и арифметическая сложность в конечном итоге влияют на сложность реализации алгоритмов.

С точки зрения сложности алгоритмы адаптивной обработки сигналов можно условно разделить на несколько групп. Существуют вычислительно-простые алгоритмы, т. е. с малым числом арифметических операций на одну итерацию. Это алгоритмы с линейной вычислительной сложностью  $O(N)$  и малой алгоритмической сложностью. Такие алгоритмы обычно описываются всего лишь несколькими простыми математическими выражениями. Примерами простых алгоритмов являются LMS-алгоритм и другие адаптивные алгоритмы на основе стратегий градиентного поиска ВК. Алгоритм по критерию наименьших квадратов (Least Squares, LS) характеризуется большой вычислительной сложностью  $O(N^3)$  и малой алгоритмической сложностью. RLS-алгоритмы характеризуются средней вычислительной сложностью  $O(N^2)$  и средней алгоритмической сложностью. Быстрые, т. е. вычислительно-эффективные или с малым числом арифметических операций на одну итерацию, RLS-алгоритмы характеризуются низкой вычислительной сложностью  $O(N)$  и большой алгоритмической сложностью, так как представляются достаточно большим числом разнообразных математических формул.

При реализации адаптивных фильтров формально воспроизвести сложные алгоритмы адаптивной обработки сигналов не всегда удается с первого раза. Это происходит от того, что авторы книг и статей обычно не придерживаются единого обозначения переменных в адаптивных алгоритмах, опускают важные вопросы их инициализации, что не способствует однозначному пониманию этих алгоритмов.

В результате, на практике до сих пор в основном используются адаптивные фильтры на базе простых алгоритмов. Известный специалист в области адаптивной фильтрации Джон Чиоффи (John Cioffi) в 1996 году сказал: «Эксперты на протяжении уже многих лет разрабатывают сложные и эффективные RLS-алгоритмы, однако инженеры их не любят, так как не понимают, а потому предпочитают использовать в основном простые градиентные алгоритмы» [41].

Такое отношение к сложным алгоритмам адаптивной фильтрации в прошлом было во многом обусловлено также и низкой производительностью цифровой элементной базы. Чтобы при реализации сложных алгоритмов обеспечивалась требуемая частота дискретизации сигналов, необходимо было располагать определенными вычислительными ресурсами, которые на то время были часто

недоступны. Однако сегодня такие алгоритмы [42] уже реализуемы на современной элементной базе [43, 44].

Поэтому цель настоящей книги — показать исследователям и разработчикам адаптивных устройств, как синтезируются простые и сложные алгоритмы адаптивной обработки сигналов, а также сравнить преимущества и недостатки таких алгоритмов по отношению друг к другу. Это должно способствовать использованию в современных приложениях не только простых, но и сложных алгоритмов адаптивной фильтрации.

### 1.3. Критерии функционирования адаптивных фильтров

В процессе работы адаптивного алгоритма осуществляется поиск таких параметров адаптивного фильтра, как правило, вектора  $\mathbf{BK} \mathbf{h}_N(k)$ , при которых значение заданной целевой функции является минимальным. Это обычно функция входного, выходного и требуемого сигналов, т. е.  $F = f\{x(k), y(k), d(k)\}$ . Целевую функцию можно рассматривать и как функцию ошибок, т. е.  $F = f\{e(k)\}$ . Она должна быть действительной и неотрицательной, т. е.  $F \geq 0$  для всех  $x(k)$ ,  $y(k)$  и  $d(k)$ . При работе адаптивного фильтра  $\mathbf{h}_N(k) \rightarrow \mathbf{h}_{N,o}$ , где  $\mathbf{h}_{N,o}$  — вектор координат минимума многомерной целевой функции в пространстве ВК. Достижение минимума этой функции является критерием работы адаптивного фильтра.

Существуют разные способы определения целевой функции адаптивного фильтра, влияющие в конечном итоге на сложность алгоритмов ее минимизации. Целевыми функциями, наиболее часто используемыми в адаптивной фильтрации, являются:

- 1)  $F = f\{e(k)\} = E\{|e(k)|^2\}$  — среднеквадратическая ошибка (MSE);

- 2)  $F = f\{e(k)\} = \sum_{i=1}^k |e(i)|^2$  — наименьшие квадраты ошибок (Least Squares, LS);

- 3)  $F = f\{e(k)\} = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} |e(i)|^2$  — взвешенные наименьшие квадраты ошибок

(Weighted Least Squares, WLS);

- 4)  $F = f\{e(k)\} = |e(k)|^2$  — квадрат мгновенной ошибки.

На практике используются и другие критерии, например критерий постоянства модуля информационных символов (Constant Modulus, CM) [45], часто применяемый при адаптивной обработке сигналов в системах цифровой связи. В основе этого критерия лежит минимизация функции ошибок между значением модуля (комплексной огибающей) выходного сигнала адаптивного фильтра и известным значением модуля (комплексной огибающей) информа-

ционных символов, возведенных в некоторую степень. Эта минимизация обеспечивает приближение комплексной огибающей выходного сигнала адаптивного фильтра к известному постоянному значению комплексной огибающей информационных символов. Поэтому данный критерий получил свое название не от названия целевой функции, а от названия требуемого конечного результата, т. е. значения огибающей выходного сигнала адаптивного фильтра, позволяющей корректно распознавать (обнаруживать) в этом сигнале принимаемые информационные символы.

Выбор квадратичных целевых функций в адаптивных фильтрах во многом обусловлен тем, что в результате их использования можно получать алгоритмы адаптивной фильтрации в виде рекуррентных вычислительных процедур, не содержащих логических операций, что отличает такие алгоритмы от вычислительных процедур оптимизации общего вида. Кроме того, эти функции являются унимодальными, что гарантирует сходимость алгоритмов адаптивной фильтрации на их основе к единственному оптимальному решению.

Строго говоря, первая MSE-функция является лишь удобным математическим понятием, так как для ее вычисления требуется наличие бесконечного объема данных, поскольку получение этой функции подразумевает усреднение по ансамблю реализаций наблюдаемых сигналов. На практике она применяется редко. MSE-функция используется, например, при анализе адаптивных фильтров или в оптимальной винеровской фильтрации, представляющей в основном теоретический интерес.

По словам Бернарда Уидроу (Bernard Widrow), автора LMS-алгоритма, винеровская фильтрация является лишь красивой теоретической задачей: «Я был знаком с теорией винеровской фильтрации в непрерывной и дискретной формах. Для построения фильтра Винера требуется знать автокорреляционную функцию входного сигнала и взаимную корреляционную функцию между входным и требуемым сигналами. Это замечательно, когда вы делаете домашнее упражнение, но что делать на практике, когда статистику входных сигналов никто вам не может предоставить? Все, что у вас есть, — это сами входные сигналы...» [46].

Целевые функции со второй по четвертую отличаются как сложностью реализации алгоритмов на их основе, так и характеристиками сходимости и остаточными ошибками этих алгоритмов в установившемся режиме. Так, квадрат мгновенной ошибки является самой простой с точки зрения реализации алгоритмов целевой функцией. Однако алгоритмы на основе этой функции характеризуются медленной сходимостью, поскольку это сильно упрощенная целевая функция. Целевая LS-функция обычно используется при обработке стационарных сигналов, а WLS — при обработке медленно меняющихся сигналов.

В большей части настоящей книги основное внимание будет сосредоточено на алгоритмах, использующих в качестве целевых функций квадрат мгновенной ошибки, LS- и WLS-функции. Для простоты алгоритмы, использующие две последние функции, будут называться алгоритмами на основе критерия наименьших квадратов.

## 1.4. Идентификация неизвестной линейной системы

Существует ряд известных приложений адаптивных фильтров. Наиболее простым и легко понимаемым из них является прямая идентификация неизвестной линейной системы (рис. 1.4), базирующаяся на определении импульсного отклика этой системы. При решении задачи идентификации сигнал  $x(k)$  является входным и для идентифицируемой системы, и для адаптивного фильтра. Поэтому минимизация некоторой функции ошибок  $\alpha(k)$  между выходными сигналами неизвестной системы  $d(k)$  и адаптивного фильтра  $y(k)$  означает, что адаптивный фильтр моделирует неизвестную систему, т. е.  $\mathbf{h}_N(k) \rightarrow \mathbf{w}_N$ , так как фильтр «воспроизводит» выходной сигнал системы  $y(k)$ .

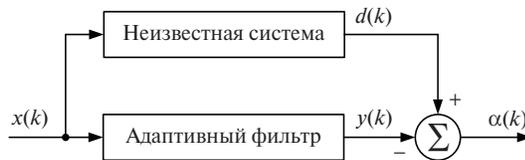


Рис. 1.4. Адаптивная идентификация неизвестной системы

На рис. 1.5 приведен пример моделирования работы адаптивного фильтра, характеризуемого вектором ВК  $\mathbf{h}_N(k)$  (обозначен как «Фильтр», темная кривая), при решении задачи идентификации импульсного отклика  $\mathbf{w}_N$  (обозначен как «Система», светлая кривая) при  $N=64$ . На этом рисунке показаны значения ВК  $\mathbf{w}_N$  и  $\mathbf{h}_N(k)$  на разных итерациях  $k$  работы адаптивного фильтра. Видно, что со временем, т. е. с увеличением номера итерации  $k$ ,  $\mathbf{h}_N(k) \rightarrow \mathbf{w}_N$ .

На рис. 1.6 показаны сигналы, используемые при решении задачи идентификации (см. рис. 1.5). В качестве сигнала  $x(k)$  использовался белый шум. Из рис. 1.6а, рис. 1.6в—з видно, что по мере приближения ВК адаптивного фильтра к ВК идентифицируемой линейной системы выходной сигнал фильтра  $y(k)$  (обозначен как «Фильтр», темная кривая) приближается к сигналу  $d(k)$  (обозначен как «Система», светлая кривая), а сигнал ошибки (см. рис. 1.6б) уменьшается, т. е.  $|\alpha(k)| \rightarrow 0$ .

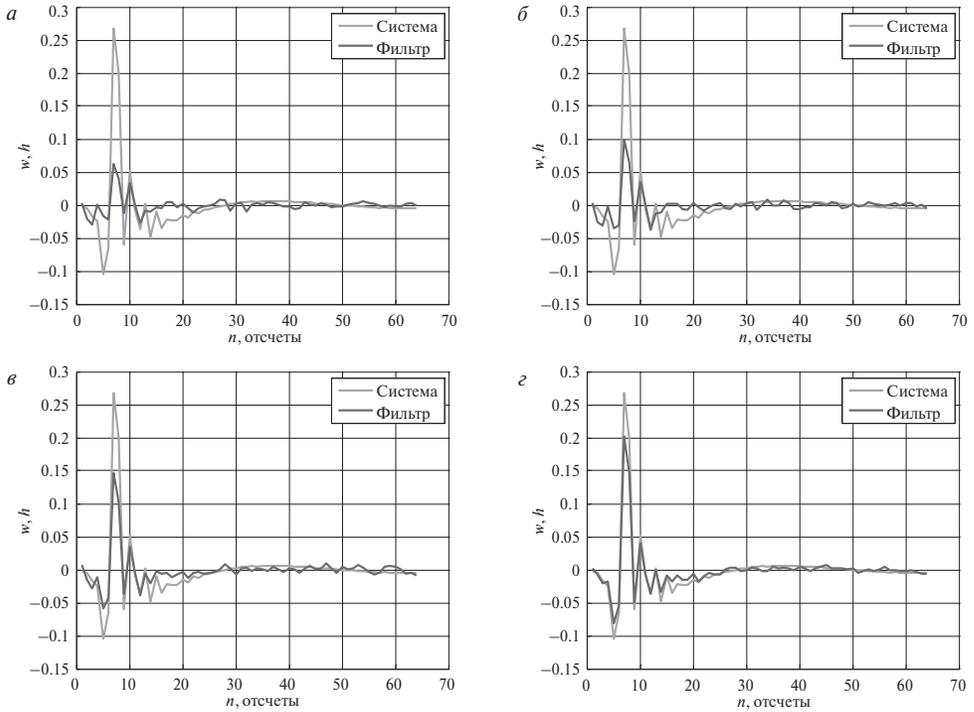


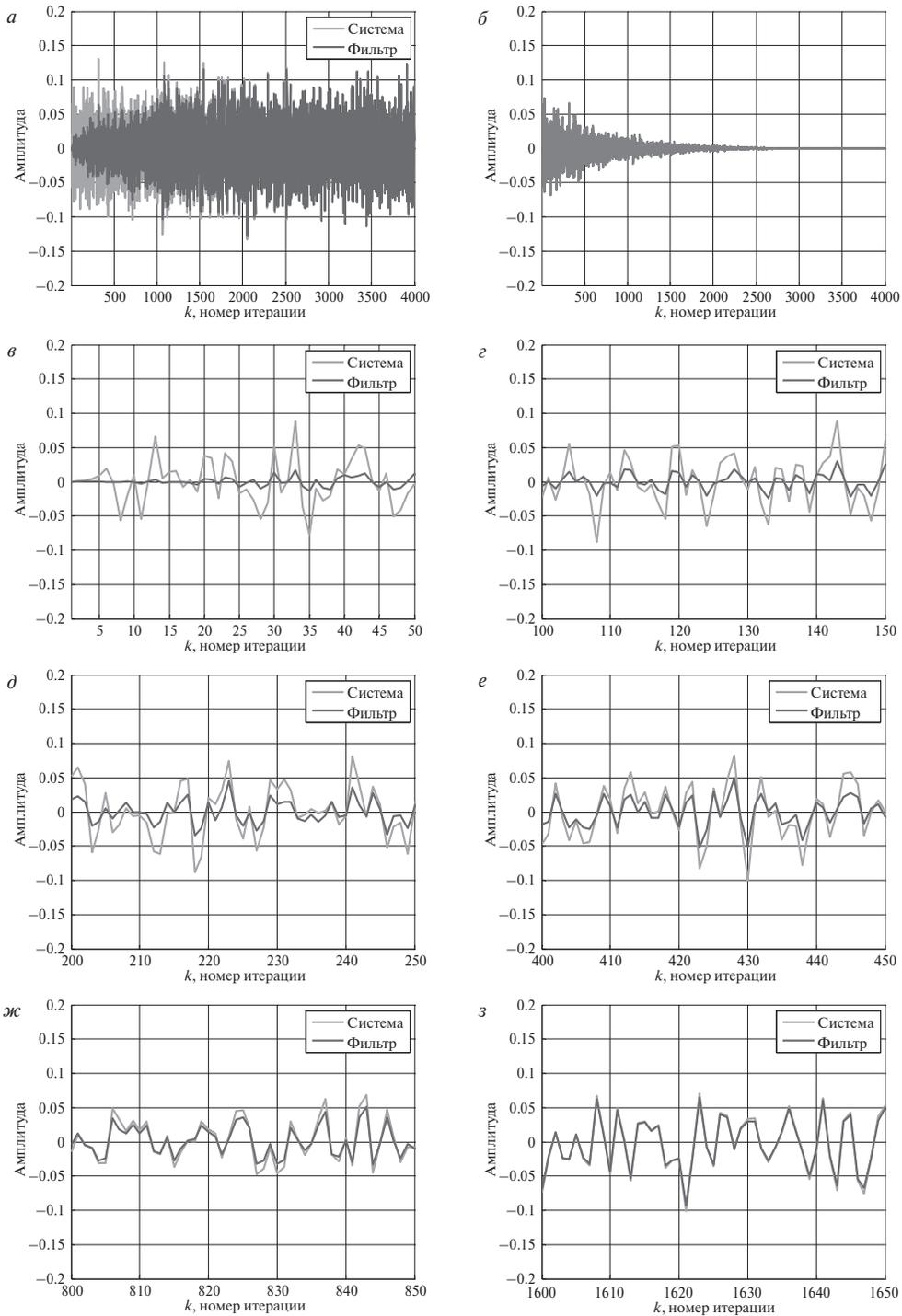
Рис. 1.5. Идентификация неизвестной линейной системы: а)  $k=100$ ; б)  $k=200$ ; в)  $k=400$ ; г)  $k=800$

Компенсация сигналов электрического или акустического эха является примером решения задачи идентификации неизвестной системы. На качество решения этой задачи, независимо от вида используемого алгоритма адаптивной фильтрации, влияет наличие аддитивного шума  $e_o(k)$  на входе требуемого сигнала (рис. 1.7).

Шум  $e_o(k)$  может быть как тепловым шумом в каналах проводной связи или акустическим шумом в помещении, так и шумом, обусловленным не полной идентификацией неизвестной системы из-за того, что точное число ВК идентифицируемого импульсного отклика обычно неизвестно. Поэтому на практике число ВК адаптивного фильтра  $N_h$ , как правило, меньше предполагаемого числа ВК  $N_w$  идентифицируемого импульсного отклика, что часто также обусловлено и ограничениями на вычислительную сложность алгоритмов адаптивной фильтрации, которая пропорциональна  $N_h$ .

Нескомпенсированная часть импульсного отклика образует шум, который оценивается как

$$\begin{aligned}
 e_o(k) &= d(k) - \mathbf{h}_N^H(k-1)\mathbf{x}_N(k) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n^* x(k-n+1) - \sum_{n=1}^N h_n^*(k-1)x(k-n+1) = \\
 &= \sum_{n=1}^N w_n^* x(k-n+1) + \sum_{n=N+1}^{\infty} w_n^* x(k-n+1) - \sum_{n=1}^N h_n^*(k-1)x(k-n+1) = \sum_{n=N+1}^{\infty} w_n^* x(k-n+1)
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$



**Рис. 1.6.** Идентификация неизвестной линейной системы: а) — сигналы  $d(k)$  и  $y(k)$ ; б) — сигнал  $\alpha(k)$ ; в) — з) сигналы  $d(k)$  и  $y(k)$  на разных интервалах в 50 отсчетов (итераций)

в предположении, что

$$\sum_{n=1}^N w_n^* x(k-n+1) = \sum_{n=1}^N h_n^*(k-1)x(k-n+1), \quad (1.7)$$

т. е. некоторая (как правило, начальная) часть ВК неизвестной линейной системы  $\mathbf{w}_\infty$  в точности идентифицируется адаптивным фильтром, или, другими словами,  $\mathbf{h}_N(k-1) = \mathbf{w}_N$ .



Рис. 1.7. Адаптивная идентификация неизвестной системы при наличии аддитивного шума

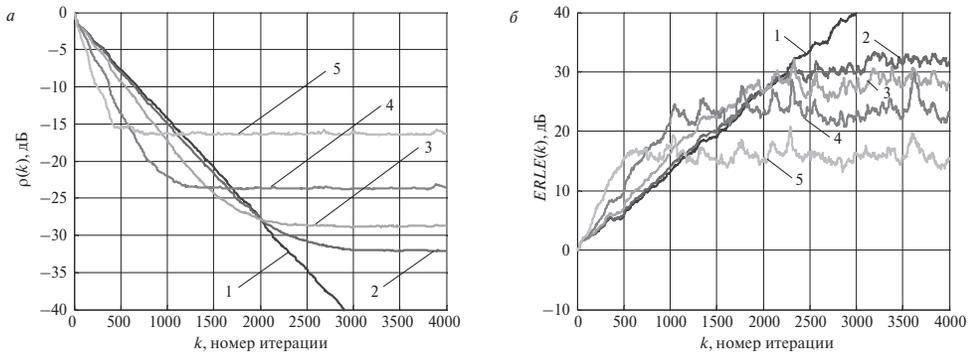
На рис. 1.8 представлены графики рассогласования («misalignment») — одного из показателей качества адаптивного фильтра, используемого в задачах идентификации, при  $N_h \leq N_w$ , где  $N_w = 64$ . Рассогласование — это эвклидова мера расстояния между вектором ВК адаптивного фильтра  $\mathbf{h}_{N_h}(k)$  и вектором коэффициентов  $\mathbf{w}_{N_w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ , т. е.

$$\rho(k) = 20 \lg \frac{\|\mathbf{w}_{N_w} - \mathbf{h}_{N_h}(k)\|_2}{\|\mathbf{w}_{N_w}\|_2} = 20 \lg \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^N [w_n - h_n(k)]^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^N w_n^2}}, \quad (1.8)$$

где символ  $\|\bullet\|$  обозначает норму вектора. При  $N_h < N_w$  вектор  $\mathbf{h}_{N_h}(k)$  в уравнении (1.8) дополняется нулями от  $N_h + 1$  до  $N_w$ . Из рис. 1.8а следует, что при  $N_h < N_w$  длительность переходного процесса адаптивного фильтра в терминах  $\rho(k)$  уменьшается, так как уменьшается «длина» фильтра (т. е. длина его импульсного отклика или число ВК). Однако при этом возникает шум (1.6), влияющий на качество алгоритма адаптивной фильтрации. В частности, этот шум уменьшает точность настройки ВК, характеризуемую рассогласованием (1.8).

Длительность переходного процесса адаптивного фильтра — это время, в течение которого наблюдаемый показатель качества претерпевает «заметные» изменения. За переходным процессом обычно следует установившийся режим, в течение которого наблюдаемый показатель качества не претерпевает «заметных» изменений.

В адаптивной фильтрации качество решения задачи идентификации также принято характеризовать коэффициентом ослабления эхо-сигнала (Echo Return Loss Enhancement, ERLE), который определяется как отношение энергии



**Рис. 1.8.** Идентификация импульсного отклика: а) — рассогласование; б) — ERLE; 1 —  $N_h=64$ ; 2 —  $N_h=60$ ; 3 —  $N_h=50$ ; 4 —  $N_h=32$ ; 5 —  $N_h=16$

требуемого сигнала  $d(k)$  к энергии сигнала остаточных ошибок  $\alpha(k)$ , именуемого эхо-сигналом, т. е.

$$ERLE(k) = 10 \lg \frac{E\{d^2(k)\}}{E\{\alpha^2(k)\}}. \quad (1.9)$$

Переходные процессы, аналогичные графикам на рис. 1.8а, в терминах ERLE представлены на рис. 1.8б. Этот рисунок также подтверждает ухудшение качества решения задачи идентификации при  $N_h \leq N_w$ , т. е. возрастание энергии ошибок  $\alpha(k)$ , что обусловлено наличием шума  $e_o(k)$ , влияющего на качество работы адаптивного фильтра. При решении задачи идентификации число ВК  $N_h$  по отношению к числу  $N_w$  выбирается, исходя из компромисса между требуемым качеством идентификации и вычислительными ресурсами, требуемыми для реализации адаптивного фильтра.

## 1.5. Компенсация эхо-сигналов

Ниже рассматривается пример идентификации неизвестного импульсного отклика в задачах эхо-компенсации. Необходимость решения этой задачи обусловлена архитектурой существующих систем проводной телефонной связи. Так исторически сложилось, что из-за экономии проводников двунаправленная связь между телефонным аппаратом абонента и коммутационным оборудованием телефонной станции осуществляется с помощью двухпроводного канала связи без усиления сигналов (рис. 1.9), так как этот участок телефонной сети во всем мире обычно не превышает нескольких километров и потери (ослабление) сигналов из-за сопротивления используемых проводников являются не существенными или допустимыми. Связь же между телефонными станциями осуществляется на значительно большие расстояния, а значит, сигналы подвер-

жены заметному ослаблению. Поэтому передаваемые между станциями сигналы необходимо усиливать, отчего связь на этом участке сети может быть только однонаправленной. Она осуществляется по двум однонаправленным двухпроводным каналам, т.е. по четырехпроводному каналу. Переход между двух- и четырехпроводными каналами осуществляется с помощью так называемых гибридных или дифференциальных схем («hybrid circuits»). Один из возможных вариантов такой схемы показан на рис. 1.10.

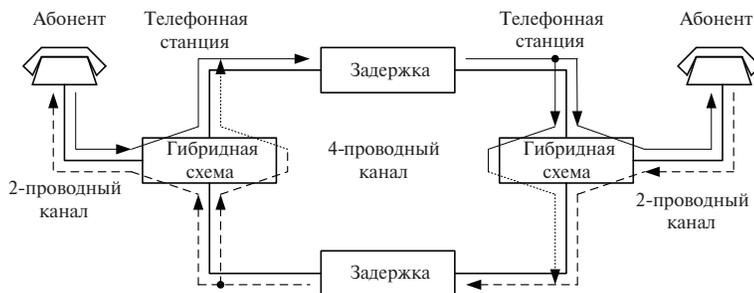


Рис. 1.9. Устройство телефонной связи между двумя абонентами

Гибридная схема — это в идеале сбалансированный мост. Однако этот мост невозможно сбалансировать во всем диапазоне частот обрабатываемых сигналов, так как проводные линии связи характеризуются частотнозависимым входным импедансом, в результате чего через гибридную схему (см. рис. 1.10) происходит утечка части сигнала от удаленного абонента  $u_{AB}(t)$  обратно к удаленному абоненту, т.е. образуется эхо-сигнал  $|u_{CD}(t)| < |u_{AB}(t)|$  [47]. Действительно, условие баланса рассматриваемой гибридной схемы определяется как  $Z_i / (R_1 + Z_i) = Z_b / (R_2 + Z_b)$ . Если  $R_1 = Z_i$ , то  $Z_b = R_2$ . Но  $R_1 \neq Z_i$ , так как  $Z_i$  — это комплексный импеданс двухпроводной линии связи, нагруженной на развязывающий трансформатор. Импеданс  $Z_i$  зависит от топологии канала связи [48, 49]. Балансный импеданс  $Z_b$  — это в большинстве случаев просто резистор. Поэтому согласовать схему (см. рис. 1.10) во всей интересующей полосе частот не представляется возможным. Если условие баланса не соблюдается, то образуется эхо-сигнал  $u_{CD}(t) \neq 0$ .

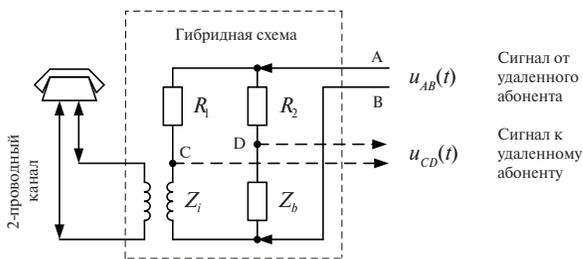


Рис. 1.10. Гибридная схема

Таким образом, передаваемый сигнал, будучи задержанным в силу конечной скорости распространения в проводниках, пройдя через гибридную схему, возвращается (также с некоторой задержкой) обратно к удаленному абоненту. Принятый удаленным абонентом собственный задержанный и ослабленный сигнал называется сигналом электрического эха. Для обеспечения комфортного разговора при связи эхо-сигнал необходимо тем больше подавлять, чем больше задержка (рис. 1.11) [50].

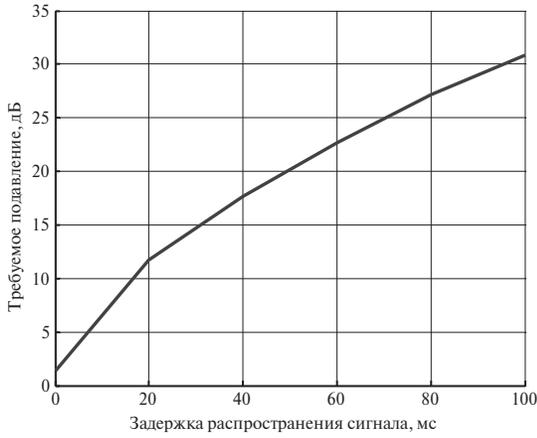


Рис. 1.11. Требуемое подавление эхо-сигнала

Известно, что гибридная схема моделируется линейным КИХ-фильтром [48, 49]. Поэтому задача подавления сигналов электрического эха формализуется как задача идентификации импульсного отклика этого фильтра  $w_\infty$  (рис. 1.12). Здесь на рисунке аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи (АЦП и ЦАП) для простоты не показаны.

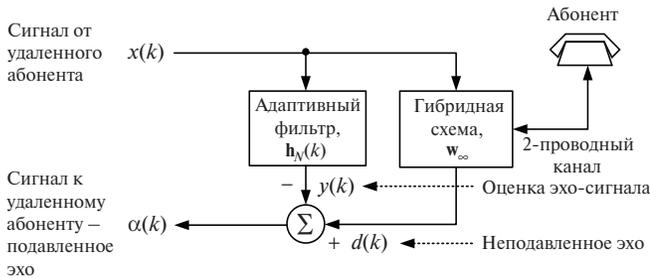


Рис. 1.12. Подавление сигналов электрического эха в телефонных сетях

Аналогично решается задача подавления сигналов электрического эха в моделях проводных систем связи, где также требуется разделять сигналы между

двух- и четырехпроводными каналами, образующими каналы приема и передачи данных (рис. 1.13).

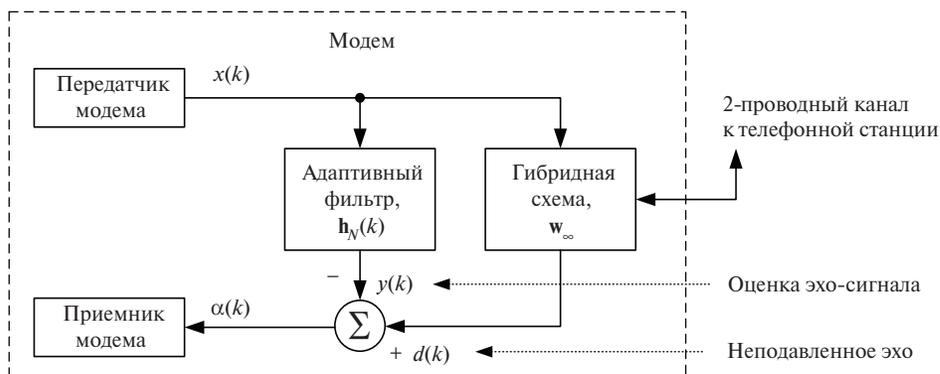


Рис. 1.13. Подавление сигналов электрического эха в модемах

Акустическое эхо имеет несколько иную природу. Оно образуется за счет отражения акустических сигналов, излучаемых, например, громкоговорителем, от стен помещения и приема этих отражений микрофоном. Громкоговоритель и микрофон могут быть элементами устройств озвучивания помещений или устройств громкоговорящей связи. Акустическая среда характеризуется акустическим импульсным откликом [51], поэтому принцип подавления сигналов акустического эха (рис. 1.14) такой же, как и принцип подавления сигналов электрического эха. Идентифицируемый импульсный отклик в данном случае

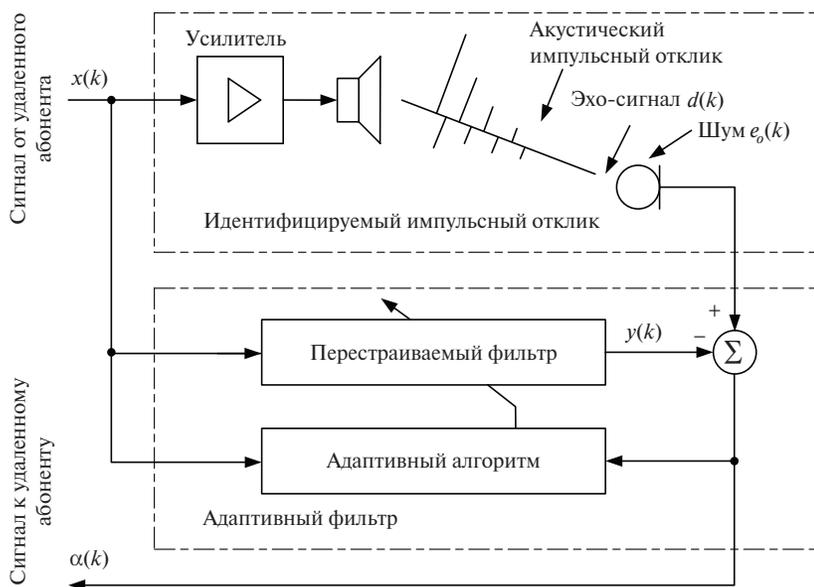
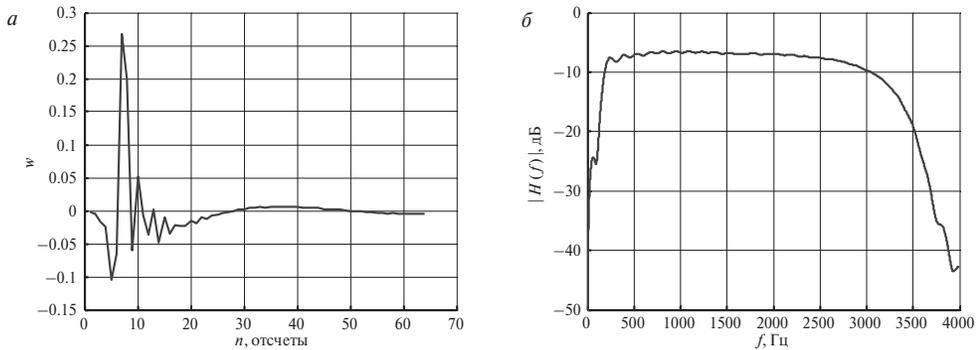


Рис. 1.14. Подавление сигналов акустического эха

образуется как свертка импульсных откликов усилителя, громкоговорителя, микрофона и акустического импульсного отклика помещения.

Рассмотрим эффективность применения адаптивной эхо-компенсации на примере компенсации сигналов электрического эха [47]. Стандарт [52] регламентирует численные модели ряда импульсных откликов, порождающих сигналы электрического эха. На рис. 1.15а показан один из таких откликов (такой же, как на рис. 1.5). Гибридная схема, характеризуемая этим импульсным откликом, подавляет сигнал  $x(k)$  примерно на 7.6 дБ. Это подавление грубо можно оценить по амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) гибридной схемы (см. рис. 1.15б), которая «примерно одинаковая» (–7...–8 дБ) в большей части полосы частот телефонного канала 0...4 кГц.

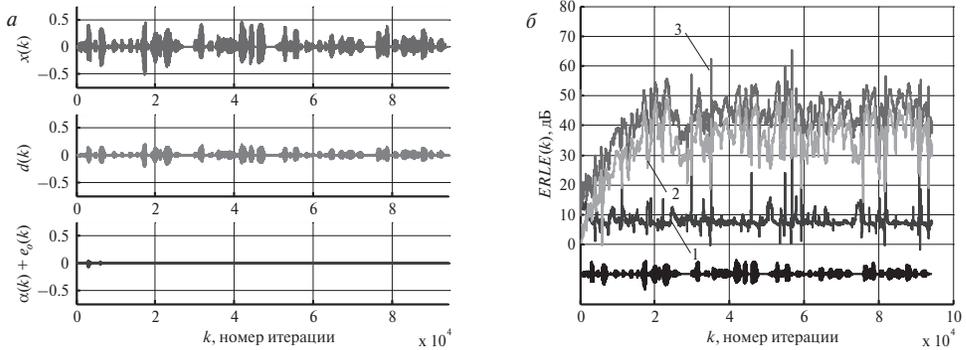


**Рис. 1.15.**  $ERLE \approx 7.6$  дБ: а) импульсный отклик гибридной схемы; б) АЧХ гибридной схемы

Ослабление эхо-сигналов в терминах  $ERLE$  для гибридной схемы представляет собой отношение энергий входного сигнала и эхо-сигнала, т. е.

$$ERLE(k) = 10 \lg \frac{E\{x^2(k)\}}{E\{d^2(k)\}}. \quad (1.10)$$

На рис. 1.16 приведены результаты моделирования подавления эхо-сигнала, образованного гибридной схемой с характеристиками, такими же, как на рис. 1.15, с помощью адаптивного фильтра на базе простого нормализованный алгоритма по критерию наименьшего среднего квадрата (Normalized LMS, NLMS). Из рис. 1.16а видно, что эхо-сигнал имеет достаточно большую амплитуду (средняя кривая на рисунке). Это означает, что данный сигнал будет хорошо восприниматься человеческим ухом, создавая дискомфорт в разговоре, а значит, должен быть подавлен. Видно, что адаптивный фильтр подавляет эхо-сигнал (нижняя кривая). Аддитивный шум  $e_o(k)$  в экспериментах составляет примерно –30 дБ относительно среднего уровня эхо-сигналов.



**Рис. 1.16.** NLMS-алгоритм: 1) ERLE гибридной схемы; 2) ERLE адаптивного фильтра; 3) ERLE — гибридной схемы и адаптивного фильтра

Параметр ERLE адаптивного фильтра для графиков (см. рис. 1.16б) определяется как

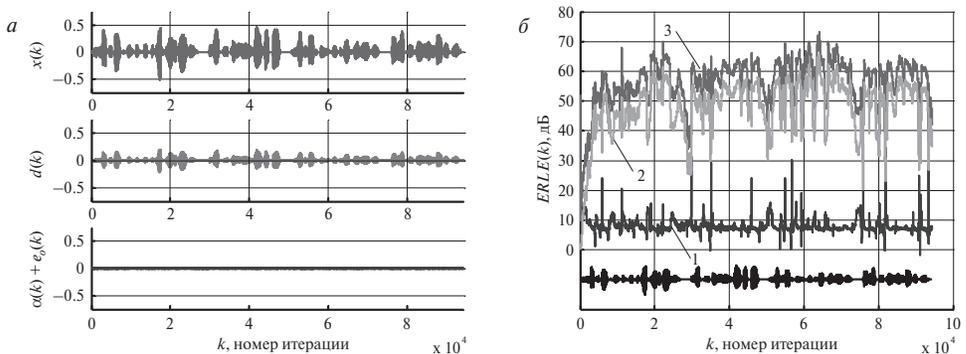
$$ERLE(k) = 10 \lg \frac{E\{d^2(k)\}}{E\{\alpha^2(k)\}}, \quad (1.11)$$

а для гибридной схемы и адаптивного фильтра — как

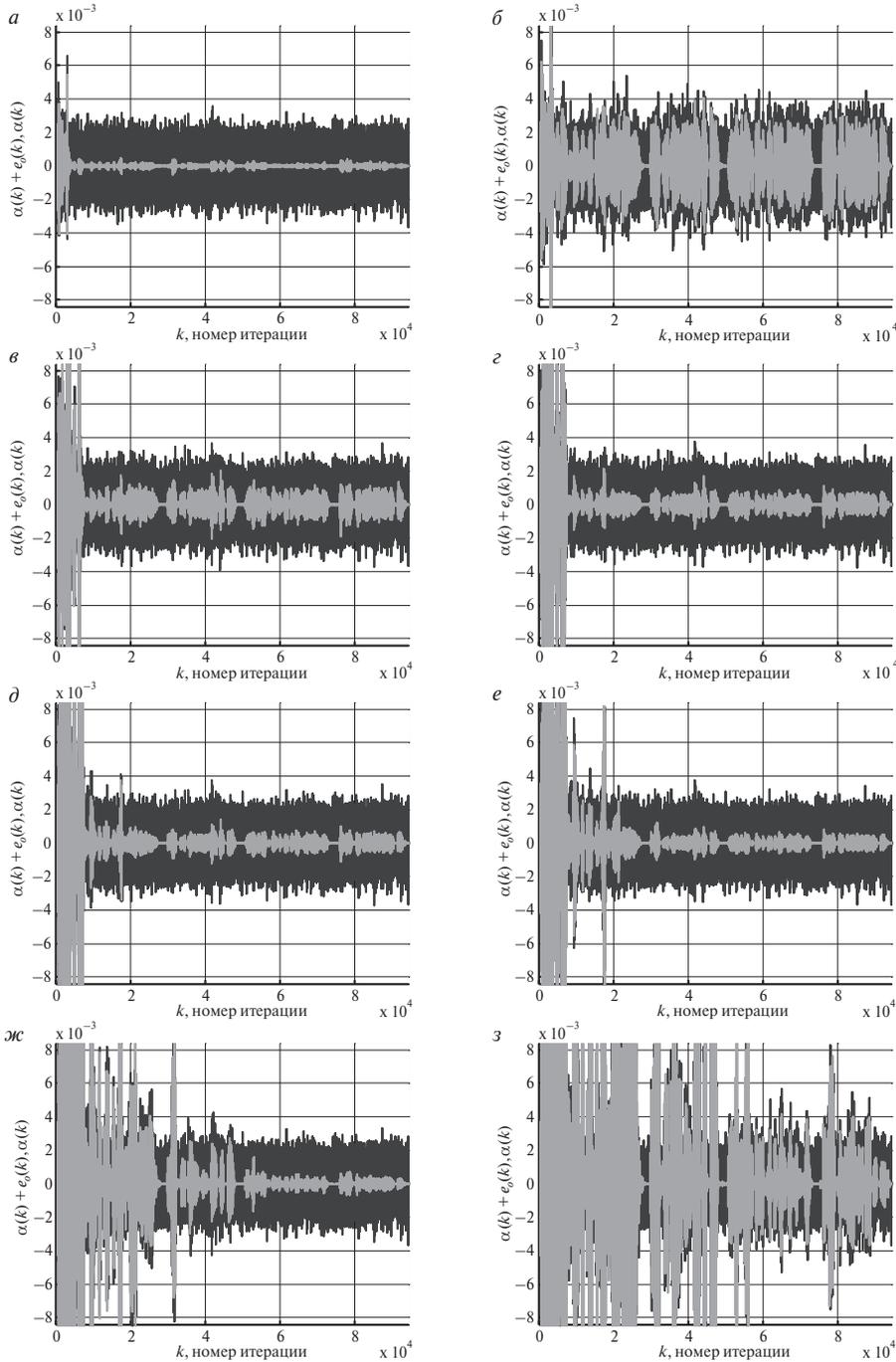
$$ERLE(k) = 10 \lg \frac{E\{x^2(k)\}}{E\{\alpha^2(k)\}}. \quad (1.12)$$

Энергия сигналов в расчетах (1.10)–(1.12) для данного эксперимента определялась на скользящем окне в 256 отсчетов, что при частоте дискретизации 8 кГц, принятой при обработке сигналов в телефонных каналах, равно интервалу усреднения  $256 / (8 \cdot 10^3) = 32 \cdot 10^{-3} = 32$  мс, т.е. условному интервалу стационарности речевого сигнала [53].

Результаты для RLS-алгоритма, аналогичные приведенным на рис. 1.16, представлены на рис. 1.17. Из сравнения рис. 1.16 и 1.17 видно, что RLS-алгоритм



**Рис. 1.17.** RLS-алгоритм: 1) ERLE гибридной схемы; 2) ERLE адаптивного фильтра; 3) ERLE гибридной схемы и адаптивного фильтра



**Рис. 1.18.** Зашумленный остаточный эхо-сигнал  $\alpha(k) + e_o(k)$  (темная кривая) и незашумленный остаточный эхо-сигнал  $\alpha(k)$  (светлая кривая): а) RLS-алгоритм; б) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.1$ ; в) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.2$ ; г) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.1$ ; д) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.075$ ; е) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.05$ ; ж) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.025$ ; з) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.01$

более эффективен как в терминах достижимого ERLE, так и в терминах длительности переходных процессов с учетом того, что результаты для NLMS-алгоритма получены при значении масштабирующего множителя шага сходимости  $\hat{\mu}$ , обеспечивающего наибольшее значение параметра ERLE.

Из-за представления всех сигналов в одинаковом масштабе на рис. 1.16 и 1.17 визуально оценить уровни подавленных эхо-сигналов сложно. Графики подавленных эхо-сигналов в увеличенном масштабе приведены на рис. 1.18. Темным цветом показан сигнал  $\alpha(k) + e_o(k)$ , т. е. наблюдаемый сигнал на выходе ошибки адаптивного фильтра, а светлым — подавленное эхо  $\alpha(k)$ . Так как подавление эхо-сигнала таково, что уровень остаточного эха ниже уровня шума, то визуально оценить качество эхо-компенсации не представляется возможным. Однако при моделировании можно выделить только сигнал подавленного эха  $\alpha(k)$ , так как реализация шумового сигнала является известной.

Из рис. 1.18 видно, что вычислительно более сложный RLS-алгоритм является и более эффективным, чем менее сложный NLMS-алгоритм, т. е. несмотря на то что в обоих случаях уровень подавленного эхо-сигнала сравним или даже ниже уровня шума, человеческое ухо различает подавленный эхо-сигнал в случае NLMS-алгоритма и не различает — в случае RLS-алгоритма. Из рис. 1.18 также видно, что RLS-алгоритм обеспечивает демонстрируемое качество (подавление эхо-сигнала и длительность переходного процесса) без подбора параметров, в то время как качество NLMS-алгоритма зависит от параметра  $\hat{\mu}$ . При увеличении  $\hat{\mu}$  длительность переходного процесса уменьшается, но увеличивается остаточная ошибка в установившемся режиме, и наоборот.

Таким образом, рис. 1.4—1.18 иллюстрируют принципы решения прямой задачи адаптивной идентификации неизвестной системы и результаты ее использования для эхо-компенсации. Они также показывают большую функциональную эффективность сложных RLS-алгоритмов адаптивной фильтрации по сравнению с простыми градиентными алгоритмами.

## 1.6. Выравнивание характеристик электрических каналов связи

Другим примером использования адаптивных фильтров является задача обратной идентификации объекта. Решение этой задачи широко используется для выравнивания характеристик электрических каналов связи (рис. 1.19) с помощью адаптивных эквалайзеров [39, 40].

Необходимость выравнивания канала связи возникает из-за того, что при передаче цифровых данных по каналам с ограниченной полосой пропускания возникает явление, называемое межсимвольной интерференцией. Межсим-

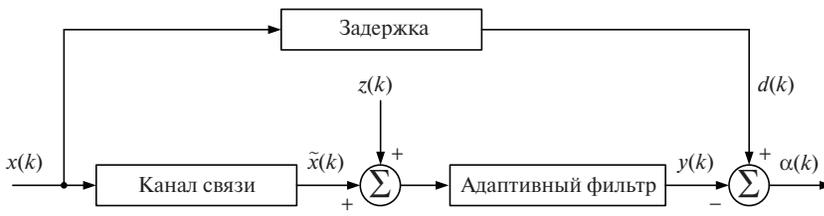


Рис. 1.19. Выравнивание АЧХ электрического канала связи

вольная интерференция, наряду с шумом канала  $z(k)$  (рис. 1.19), сказывается на правильности решения о соответствии принятого информационного символа  $\tilde{x}(k)$  символу  $x(k)$ , переданному по каналу связи. Если бы этот канал представлял собой просто линию задержки на время  $t_0$ , то принимаемый сигнал (информационные символы) можно было бы легко оценивать (различать). Однако большинство каналов связи с математической точки зрения представляют собой КИХ-фильтр с импульсным откликом  $w$  (рис. 1.20а).

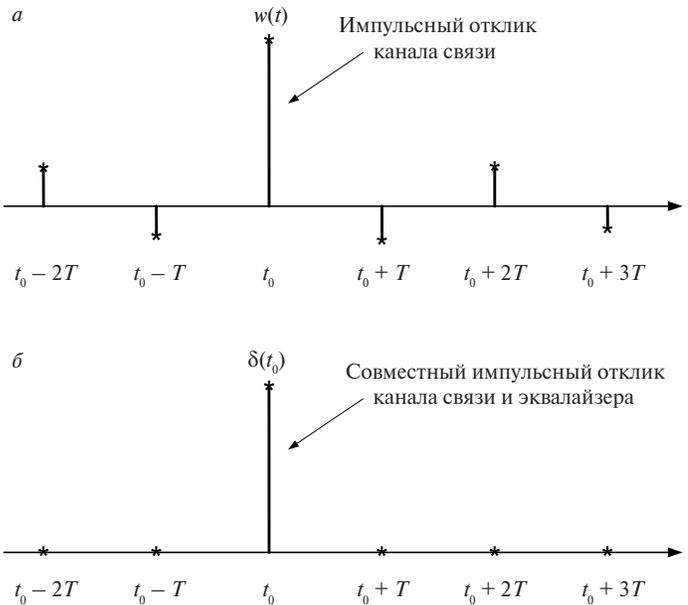


Рис. 1.20. Выравнивание электрического канала связи

Согласно рис. 1.20а в каждый отсчет времени  $k$ , совпадающий с моментом смены информационных символов, следующих с периодом  $T$ , на выходе канала образуется взвешенная сумма передаваемых подряд символов, т. е.

$$\tilde{x}(t_0 + kT) = w(t_0)x(t_0 + kT) + \sum_{n \neq k} w(t_0 + kT - nT)x(t_0 - nT). \quad (1.13)$$

В этой сумме только один символ несет текущую информацию, а остальные являются шумом (межсимвольной интерференцией), который не позволяет правильно различать символы на приемной стороне. Чтобы повысить вероятность правильного решения относительно принимаемых символов, используются эквалайзеры — устройства, которые уменьшают межсимвольную интерференцию.

Эквалайзер функционирует таким образом, что его АЧХ становится близкой к обратной АЧХ канала связи. Другими словами, совместная АЧХ канала связи и эквалайзера становится близкой к равномерной. Это означает, что свертка импульсных откликов канала связи  $w$  и эквалайзера  $h$  в моменты времени  $kT$  близка к дельта-функции (см. рис. 1.20б), в результате чего межсимвольная интерференция уменьшается. В этом случае выходной сигнал эквалайзера определяется как

$$y(t_0 + kT) = \delta(t_0) x(t_0 + kT) + 0, \quad (1.14)$$

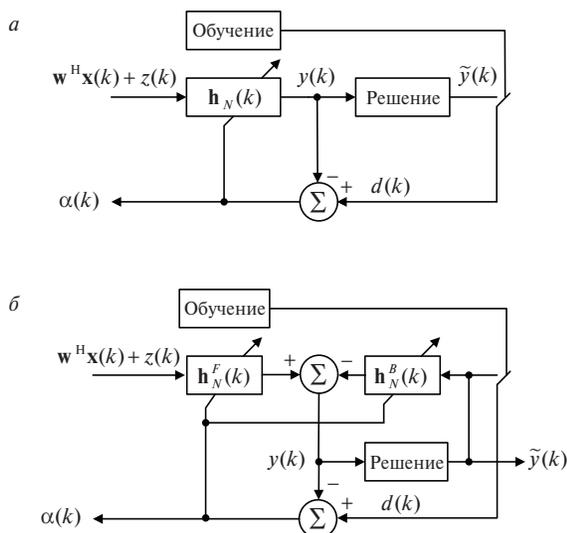
т. е. информационный символ может быть правильно обнаружен (оценен и декодирован).

Если сравнить схемы на рис. 1.4 и 1.19, то можно заметить, что в последнем случае также решается задача идентификации линейной системы, определяющей задержку приема передаваемого сигнала. Известно, что импульсная характеристика линии задержки равна дельта-функции (т. е. одному ненулевому ВК), а АЧХ, как следствие, является равномерной. Идентификация импульсной характеристики линии задержки осуществляется с помощью каскадного соединения КИХ-фильтра с фиксированными ВК (т. е. канала связи) и КИХ-фильтра с изменяемыми ВК (т. е. адаптивного фильтра). Это означает, что свертка фиксированного импульсного отклика канала связи с изменяемым импульсным откликом адаптивного фильтра в процессе адаптации приближается к дельта-функции, а АЧХ становится равномерной. Для обеспечения этого условия АЧХ адаптивного фильтра при адаптации приближается к обратной АЧХ канала связи.

Рис. 1.19 демонстрирует лишь принцип работы эквалайзера. На практике требуемый сигнал «не поступает» по отдельному каналу связи. Он формируется на приемной стороне в течение протокола установления модемом связи, когда известная (тренировочная) последовательность символов передается модемом источника информации на противоположном конце канала связи. После настройки адаптивного фильтра эквалайзера, т. е. когда канал связи уже выровнен, вместо известной тренировочной последовательности передаются собственно неизвестные данные, а в качестве сигнала  $d(k)$  используется сигнал  $\tilde{y}(k)$ , т. е. выходной сигнал адаптивного фильтра  $y(k)$ , «квантованный» по критерию минимума расстояния до элементов созвездия алфавита передаваемых данных.

Существует два типа эквалайзеров (рис. 1.21): без обратной связи и с обратной связью [39, 40]. Адаптивный фильтр эквалайзера с обратной связью

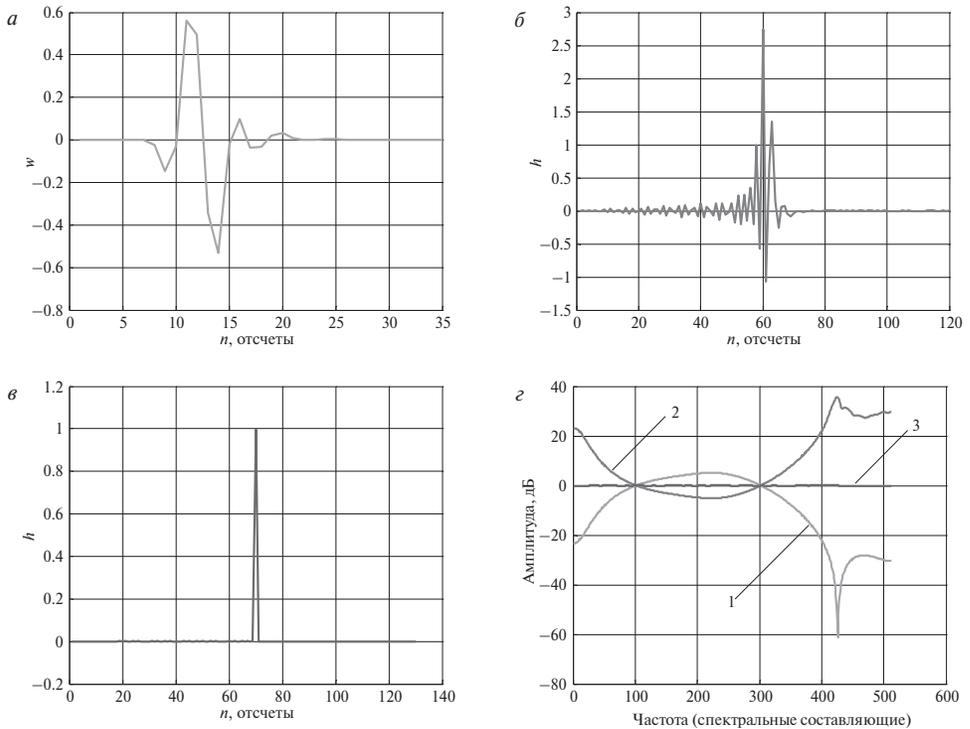
можно рассматривать как двухканальный адаптивный фильтр. Эквалайзеры с обратной связью обеспечивают более качественное выравнивание характеристик канала, так как выходной сигнал такого эквалайзера после обучения частично формируется из уже ранее принятых «правильных» символов. Результаты моделирования, подтверждающие это высказывание, представлены на рис. 1.22—1.24.



**Рис. 1.21.** Адаптивные эквалайзеры: а) без обратной связи; б) с обратной связью

Из рис. 1.22 и 1.23 следует, что эквалайзер без обратной связи выравнивает характеристики канала несколько хуже, чем эквалайзер с обратной связью. Это проявляется в том, что после адаптации свертка импульсных откликов канала связи и эквалайзера (см. рис. 1.23) в меньшей степени напоминает дельта-функцию, чем в случае, приведенном на рис. 1.22. Как следствие, провал в АЧХ канала связи ( $-60$  дБ в рассматриваемом случае) выравнивается по-разному. Поэтому передаваемые информационные символы, в данном случае с квадратурной фазовой модуляцией (Phase Shift Keying, PSK-8), после выравнивания канала различаются также по-разному (см. рис. 1.24).

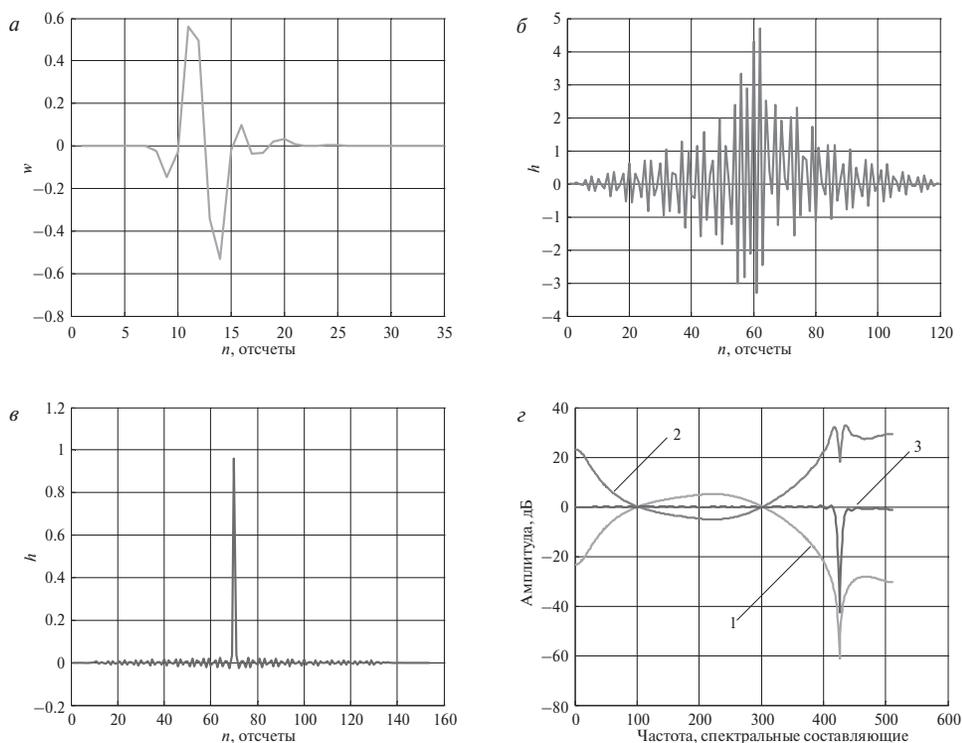
На рис. 1.24 показаны результаты выравнивания канала связи в терминах созвездий наблюдаемых информационных символов. Здесь символы «Данные» — это созвездие символов источника информации, т. е. данных, передаваемых по каналу связи. Символы «Канал» — созвездие на выходе канала связи. Видно, что без принятия каких-то дополнительных мер эти данные невозможно различить. Такой «дополнительной мерой» является выравнивание канала связи. Из рис. 1.24 (см. созвездие, обозначенное как «Эквалайзер») следует очевидное превосходство эквалайзера с обратной связью перед эквалайзером без обратной связи.



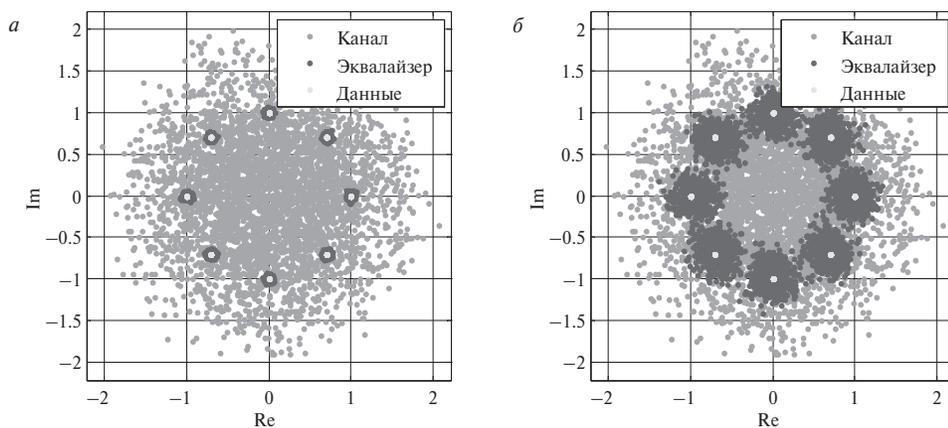
**Рис. 1.22.** Выравнивание канала, RLS-алгоритм, эквалайзер с обратной связью: а) импульсный отклик канала связи; б) импульсный отклик эквалайзера; в) свертка импульсных откликов канала связи и эквалайзера; г) АЧХ: 1) канала связи, 2) эквалайзера, 3) канала связи и эквалайзера

Если же сравнить поведение рассмотренных эквалайзеров с эквалайзерами на базе NLMS-алгоритма, то в обоих случаях результаты будут худшими. Эквалайзер на базе этого алгоритма требует в десятки раз превышающую по длительности тренировочную последовательность для обеспечения сходимости, а также некоторого искусства при выборе оптимального значения параметра  $\hat{\mu}$ . Это также свидетельствует о превосходстве адаптивных фильтров на базе вычислительно-сложных RLS-алгоритмов перед фильтрами на базе простых градиентных алгоритмов.

Следует также отметить, что для выравнивания каналов связи могут применяться и так называемые слепые эквалайзеры, т.е. не требующие тренировочных последовательностей. Один из возможных способов построения таких устройств основывается на использовании СМ-критерия [45] в случае, если передаваемые информационные символы удовлетворяют этому критерию. Адаптивные алгоритмы на основе СМ-критерия применяются для обработки PSK-сигналов (рис. 1.25), а также других сигналов, характеризующихся постоянным значением модуля информационных символов. Каждый СМ-символ  $a_i$ , представляющий собой комплексное число  $\text{Re}\{a_i\} + j\text{Im}\{a_i\}$ , обладает свойством  $|a_i| = \sqrt{a_i^* a_i} = s = \text{const}$ , где  $i = 1, 2, \dots, I$ ,  $I$  — число символов алфавита (используется



**Рис. 1.23.** Выравнивание канала, RLS-алгоритм, эквалайзер без обратной связи: а) импульсный отклик канала связи; б) импульсный отклик эквалайзера; в) свертка импульсных откликов канала связи и эквалайзера, г) АЧХ: 1) — канала связи, 2) — эквалайзера, 3) — канала связи и эквалайзера



**Рис. 1.24.** Выравнивание канала, RLS-алгоритм: а) эквалайзер с обратной связью; б) эквалайзер без обратной связи

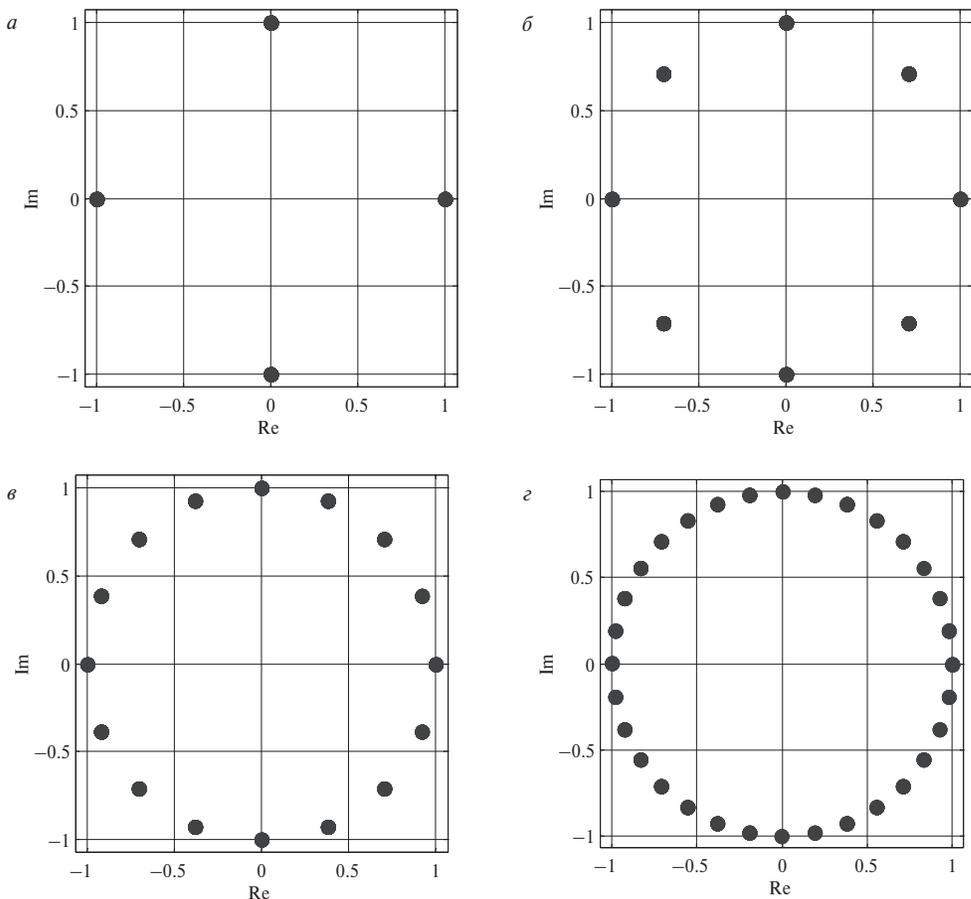
в обозначении PSK- $M$ ), а  $j = \sqrt{-1}$  — мнимая единица. Значение модуля информационных символов  $s$  на приемной стороне является известным.

СМ-критерий для адаптивного фильтра формулируется как

$$E \left\{ \left| s^p - |y(k)|^p \right|^q \right\} \rightarrow \min, \quad (1.15)$$

а соответствующие адаптивные алгоритмы обозначаются как СМ( $p, q$ ).

Целевая функция в уравнении (1.15) является многоэкстремальной, а потому использование простых градиентных алгоритмов для ее минимизации часто приводит к локальным решениям. Алгоритмы по критерию наименьших квадратов, например RLS-алгоритмы, напрямую не могут быть использованы в этом случае. В то же время согласно [54] при  $p=q=2$  целевая функция в уравнении (1.15) может быть сведена к квадратичной функции, что позволяет для ее минимизации использовать незначительно модифицированные алгоритмы оптимизации квадратичных целевых функций.



**Рис. 1.25.** Созвездия информационных символов: а) PSK-4; б) PSK-8; в) PSK-16; г) PSK-32

## 1.7. Адаптивные антенные решетки

Еще одним широко используемым применением адаптивных фильтров являются ААР [1, 4—6, 23]. ААР (рис. 1.26) представляет собой многоканальный адаптивный фильтр (см. рис. 1.3) с одним ВК в канале. В общем случае в алгоритмах вычисления ВК для ААР используются входные сигналы  $x_1(k)$ ,  $x_2(k)$ , ...,  $x_m(k)$ , ...,  $x_M(k)$ , выходной  $y(k)$  и требуемый  $d(k)$  сигналы. В то же время в ААР могут также применяться алгоритмы, не требующие сигнала  $d(k)$ , если полезным принимаемым сигналом является СМ-сигнал или направление приема полезного сигнала известно. В последнем случае это направление может быть использовано в качестве характеристики полезного сигнала путем «введения в алгоритм» линейного ограничения, обеспечивающего необходимый уровень полезного сигнала на выходе ААР.

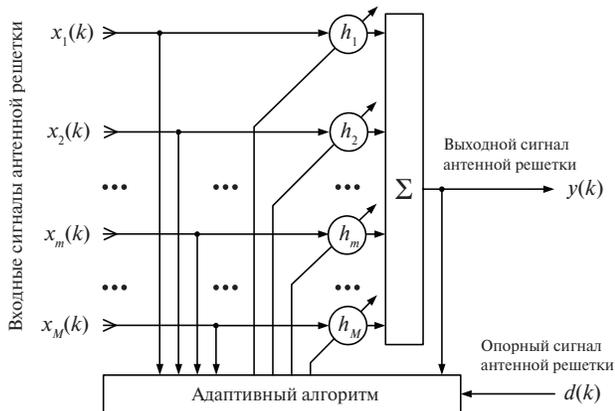


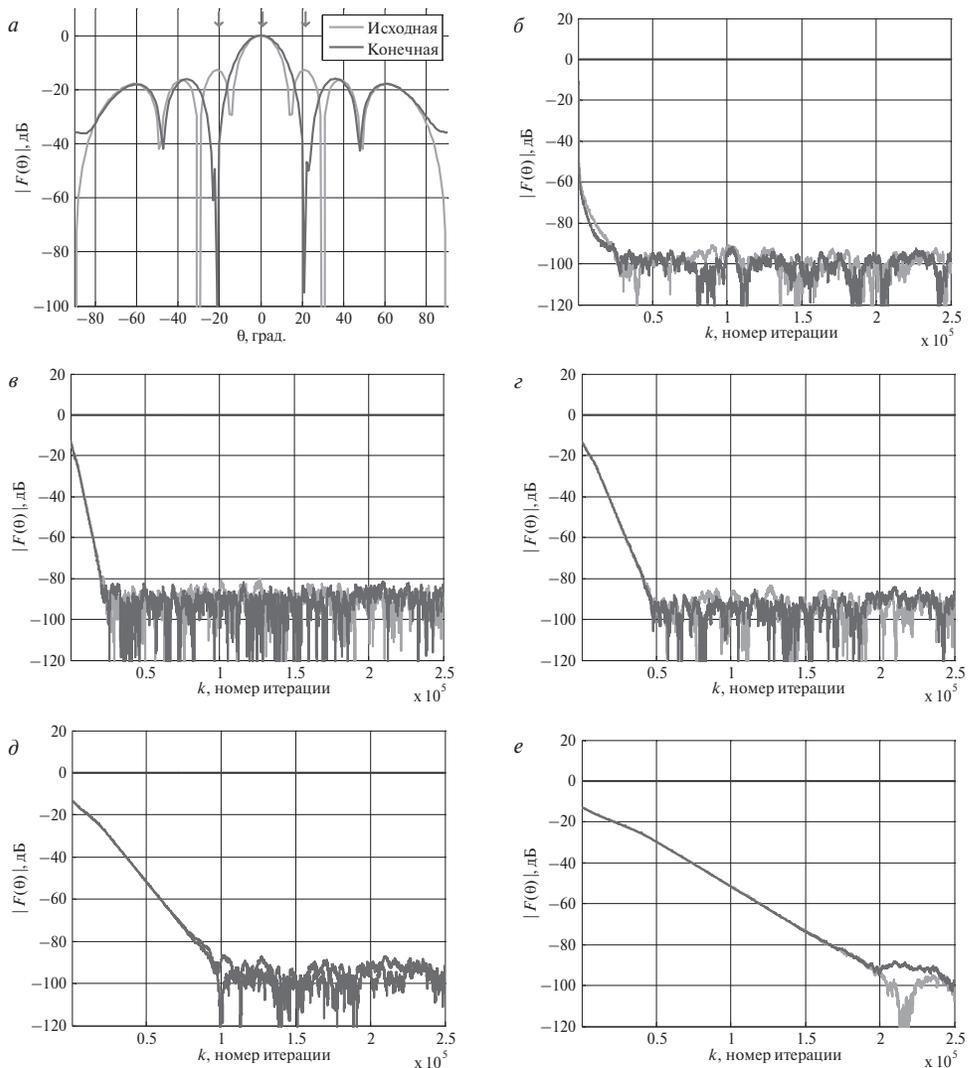
Рис. 1.26. Адаптивная антенная решетка

Для обеспечения цифровой обработки необходимо усилить входные сигналы ААР до уровня, обеспечивающего преобразование аналогового сигнала в цифровой код, и понизить частоту этих сигналов до нулевой несущей частоты (до информационной полосы частот), с целью уменьшения требований к быстродействию устройств, обеспечивающих ЦОС. В [55] показано (см. также раздел 3.7), что обработка сигналов в информационной полосе частот эквивалентна формированию выходного сигнала на несущей частоте путем традиционного аналогового умножения и сложения.

Антенная решетка характеризуется диаграммой направленности (ДН), т. е. амплитудно-угловой характеристикой  $|F(\theta)|$ , которая, подобно АЧХ обычного цифрового фильтра, с помощью ВК может менять свою форму, обеспечивая требуемые значения в направлениях на источники принимаемых сигналов, например, единичное в направлении на источник полезного сигнала и нулевое или

«очень маленькое» в направлениях на источники помех. ААР с комплексными ВК характеризуется наличием  $M$  степеней свободы. Она может принимать, например, один полезный сигнал и полностью подавлять  $M - 1$  сигналов источников пространственноразнесенных помех.

На рис. 1.27 приведены примеры моделирования подавления помех с помощью 8-элементной эквидистантной линейной ААР ( $M = 8$ ). Направления на источники принимаемых сигналов обозначены вертикальными стрелками в верхней части рис. 1.27а. Источник полезного сигнала располагался в направлении максимума основного лепестка ДН, а источники помех — в симметрич-



**Рис. 1.27.** Адаптивная антенная решетка: а) ДН; б) RLS-алгоритм; в) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.0008$ ; г) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.0004$ ; д) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.0002$ ; ж) NLMS-алгоритм,  $\hat{\mu} = 0.0001$

ных направлениях максимумов двух первых боковых лепестков. Уровни этих лепестков примерно равны  $-13$  дБ. Поэтому если любая из помех на  $13$  дБ превышает уровень полезного сигнала, то ее вклад в выходной сигнал ААР будет соизмеримым с полезным сигналом.

Из рис. 1.27а следует, что ААР в результате адаптации так меняет свои ВК, что в направлении источника полезного сигнала сохраняется заданный уровень основного лепестка ДН, равный  $0$  дБ в рассматриваемом случае, а в направлениях на источники помех в ДН образуются глубокие провалы. Это означает, что принимаемые из этих направлений помехи будут значительно ослаблены. В данном случае дополнительное ослабление помех за счет адаптивной пространственной фильтрации составляет примерно  $-13 - (-100) = 87$  дБ. При этом изменения ДН во всех других направлениях не имеют принципиального значения, так как источники каких-либо сигналов в этих направлениях отсутствуют.

На остальных графиках (см. рис. 1.27) показано, как в процессе адаптации в направлениях на источники принимаемых сигналов меняется ДН, т.е. эти рисунки представляют собой переходной процесс ААР в терминах значений ее ДН. Из рис. 1.27б—рис. 1.27ж видно, что заданный уровень ДН ( $0$  дБ) в направлении на источник полезного сигнала выдерживается на всех итерациях алгоритма (прямая линия в верхней части графиков), а длительность переходного процесса (в итерациях алгоритма) и достижимые уровни ДН в установившемся режиме в направлениях на источники помех (показаны темной и серой кривыми) меняются в зависимости от используемого алгоритма и его параметров. При  $\hat{\mu} = 0.0001$  NLMS-алгоритм в установившемся режиме обеспечивает примерно такие же уровни ДН в направлениях на источники помех, как и RLS-алгоритм, но при этом длительность переходного процесса NLMS-алгоритма примерно в  $10$  раз превышает длительность переходного процесса RLS-алгоритма. При увеличении  $\hat{\mu}$  длительность переходного процесса в NLMS-алгоритме уменьшается. Однако при этом также уменьшается и достигаемая глубина провалов ДН в направления на источники помех. Эти результаты в очередной раз свидетельствуют о превосходстве вычислительно-сложных адаптивных RLS-алгоритмов над простыми градиентными алгоритмами.

## 1.8. Шумоочистка сигналов

С помощью адаптивных фильтров может решаться и задача шумоочистки сигналов (компенсация шумов). В задаче шумоочистки (рис. 1.28) в качестве сигнала  $d(k)$  используется зашумленный полезный сигнал  $x(k) + z_1(k)$ , а в качестве входного сигнала — сигнал  $z_2(k)$ , коррелированный с сигналом  $z_1(k)$  и некоррелированный с  $x(k)$ . Адаптивный фильтр из сигнала  $z_2(k)$  выделяет сигнал  $z_1(k)$ , т.е.  $y(k) \approx z_1(k)$ , поэтому сигнал ошибки  $\alpha(k) = d(k) - y(k) \approx x(k)$ .

Примером устройства (см. рис. 1.28) является двухмикрофонная система шумоочистки (рис. 1.29) [3], когда микрофон, формирующий сигнал  $d(k)$ , располагается рядом с говорящим (А), а микрофон, формирующий сигнал  $z_2(k)$  (D), — рядом с источником шума, который нельзя физически устранить, например, рядом с вентилятором (С) или двигателями автомобиля, самолета, вертолета. В этом случае адаптивный фильтр (E) моделирует акустическую среду от источника шума  $z_2(k)$  до источника полезного сигнала  $x(k)$  (рис. 1.30).

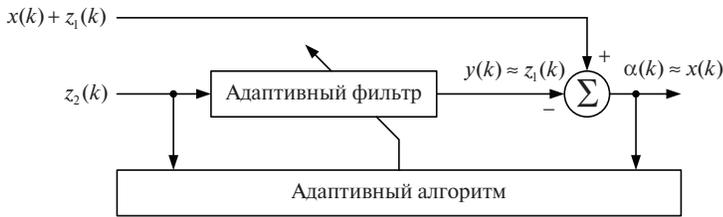


Рис. 1.28. Адаптивная шумоочистка сигналов: принцип

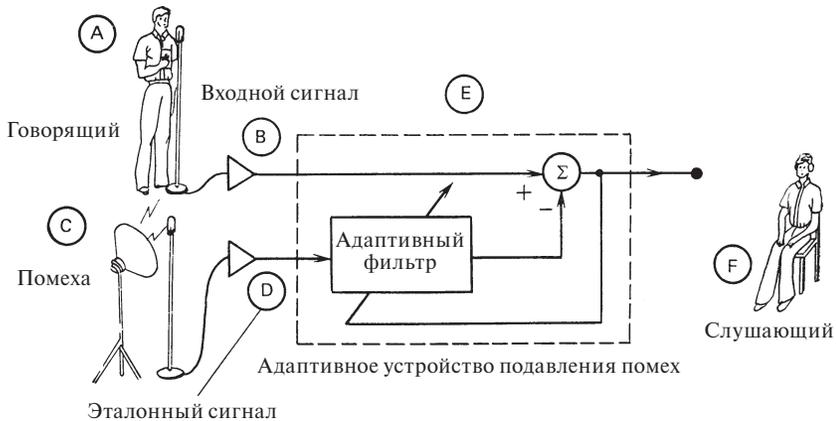


Рис. 1.29. Двухмикрофонная система шумоочистки

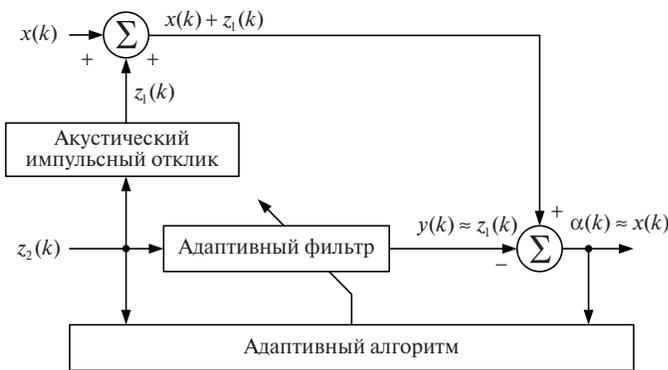
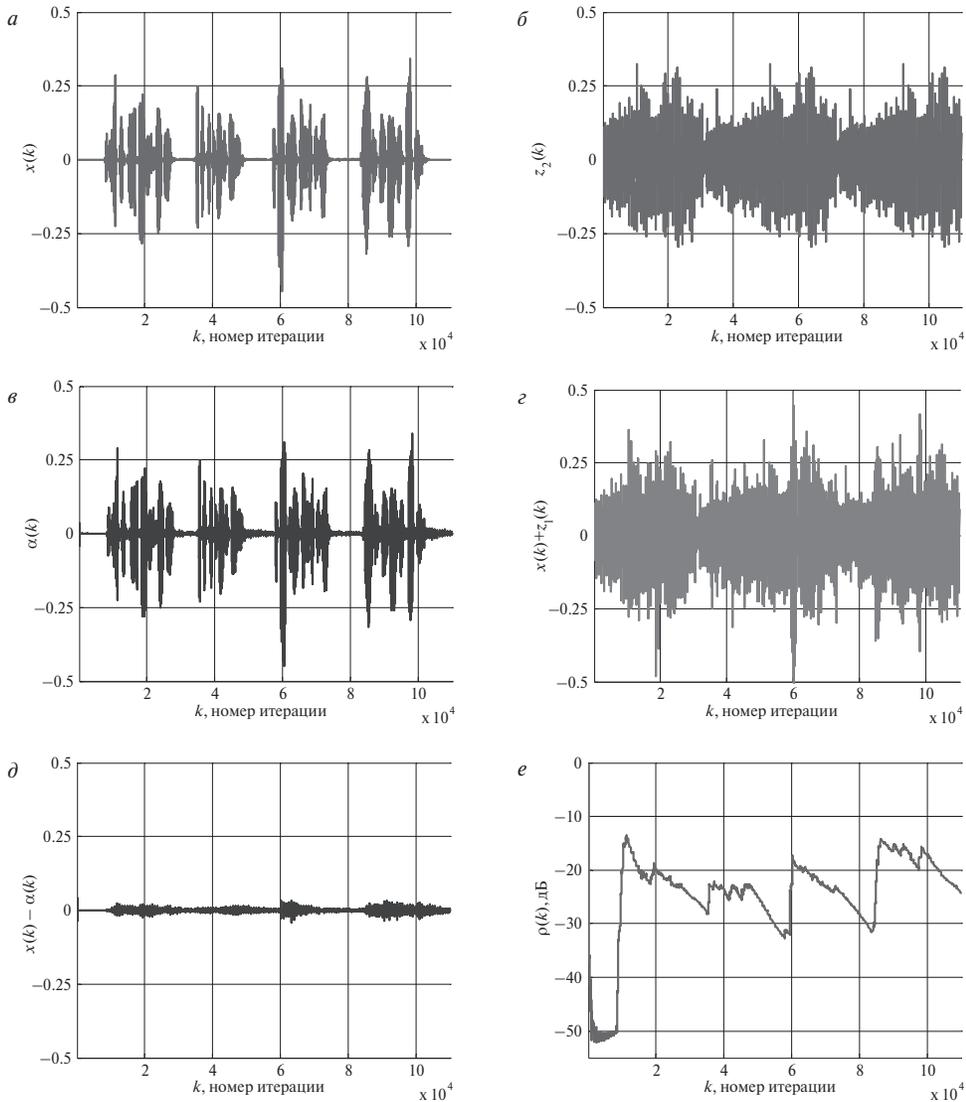


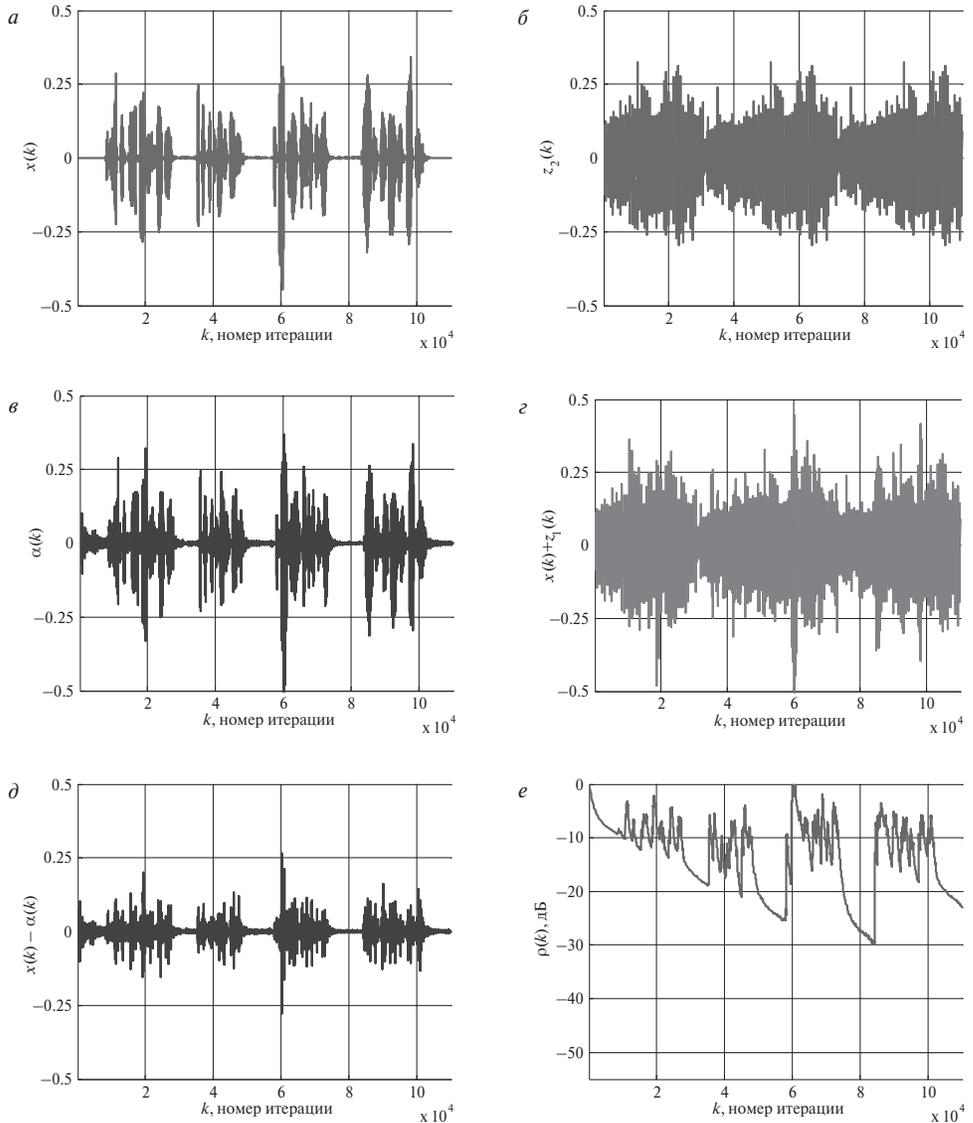
Рис. 1.30. Адаптивная шумоочистка сигналов: природа сигналов

Результаты моделирования шумоочистки (см. рис. 1.30) на базе адаптивного фильтра, использующего RLS-алгоритм, при  $N_h=100$  и  $N_w=100$  приведены на рис. 1.31. Рассматривалась очистка сигнала речи (см. рис. 1.31а) от шума двигателя вертолета (см. рис. 1.31б). Из сравнения рис. 1.31а и рис. 1.31в видно, что результат очистки зашумленной речи (см. рис. 1.31г) является достаточно хорошим, о чем свидетельствует также рис. 1.31д. Этот результат является следствием хорошей идентификации акустического импульсного отклика, формирующего



**Рис. 1.31.** Адаптивная шумоочистка, RLS-алгоритм: а) сигнал речи  $x(k)$ ; б) сигнал источника шума  $z_2(k)$ ; в) сигнал очищенной речи  $\alpha(k)$ ; г) сигнал  $d(k)=x(k)+z_1(k)$ ; д) сигнал  $x(k)-\alpha(k)$ ; е) рассогласование

шум  $z_1(k)$ , что также подтверждается значениями параметра рассогласования (1.8), представленными на рис. 1.31е. В аналогичных условиях NLMS-алгоритм демонстрирует несколько худшие результаты (рис. 1.32). Похожие результаты также получаются при небольших изменениях  $N_h$  (в пределах  $\pm 20 \dots 30$  ВК) относительно  $N_w$ , что свидетельствует о достаточно высокой эффективности адаптивной шумоочистки.



**Рис. 1.32.** Адаптивная шумоочистка, NLMS-алгоритм (при  $\hat{\mu} = 0.01$ ): а) сигнал речи  $x(k)$ ; б) сигнал источника шума  $z_2(k)$ ; в) сигнал очищенной речи  $\alpha(k)$ ; г) сигнал  $d(k) = x(k) + z_1(k)$ ; д) сигнал  $x(k) - \alpha(k)$ ; е) рассогласование

## 1.9. Линейное предсказание сигналов

Еще одним приложением адаптивных фильтров является линейное предсказание наблюдаемых сигналов. При линейном предсказании в качестве требуемого сигнала адаптивного фильтра используется наблюдаемый сигнал, а в качестве входного сигнала — его задержанная копия. По окончании переходного процесса адаптивный фильтр представляет собой модель источника сигнала, а потому может быть использован для предсказания этого сигнала. Линейное предсказание, в частности, используется при кодировании речи (в вокодерах) [53], при построении быстрых адаптивных фильтров, рассматриваемых далее в главе 11, а также для выделения узкополосных сигналов  $x(k)$  (спектральных линий, «line enhancement») на фоне широкополосных помех  $z(k)$  (рис. 1.33).

В схеме (см. рис. 1.33) величина задержки  $D$  в отсчетах обрабатываемых сигналов выбирается такой, что  $k_z < D < k_x$ , где  $k_z$  — ширина основного лепестка автокорреляционной функции широкополосного сигнала  $z(k)$  и  $k_x$  — ширина основного лепестка автокорреляционной функции узкополосного сигнала  $x(k)$ . Будучи задержанным на  $D$  отсчетов, сигнал  $x(k - D)$  остается коррелированным с сигналом  $x(k)$ , потому в процессе адаптации на выходе адаптивного фильтра формируется сигнал, близкий к узкополосному сигналу  $x(k)$ , а на выходе сигнала ошибки — сигнал, близкий к широкополосному сигналу  $z(k)$ . В зависимости от того, какой из обрабатываемых сигналов является «полезным» — узкополосный или широкополосный, в качестве «полезного» выходного сигнала используется выходной сигнал адаптивного фильтра или сигнал ошибки.

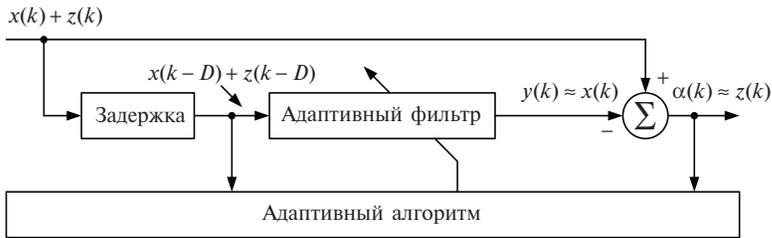


Рис. 1.33. Адаптивная фильтрация узкополосных сигналов

Среди других известных применений адаптивных фильтров можно отметить широкополосные акустические решетки, компенсаторы боковых лепестков направленных антенн, активные компенсаторы шумов, многоканальные эквалайзеры акустических каналов в аппаратуре высококачественного воспроизведения звука, одноканальные и многоканальные компенсаторы сигналов акустического эха в аппаратуре озвучивания помещений, полиномиальные (нелинейные) адаптивные фильтры и ряд других устройств. Их описание можно найти в современной научно-технической литературе.

## **1.10. Выводы по главе**

В главе 1 дано общее представление об адаптивной обработке сигналов, о структурах адаптивных фильтров, целевых функциях и критериях, лежащих в основе построения адаптивных фильтров, а также о некоторых показателях качества, используемых в адаптивной фильтрации. Рассмотренные примеры известных приложений адаптивных фильтров демонстрируют зависимость качества функционирования адаптивных фильтров от вида используемого алгоритма вычисления ВК и его параметров. Причины разной эффективности адаптивных фильтров на базе разных алгоритмов объясняются в следующих главах настоящей книги.

## Список литературы

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. Пер. с англ. Челпанова В. Г., Лексаченко В. А. — М.: Радио и связь, 1986. — 448 с.
2. Коуэн К.Ф.Н., Грант П.М. Адаптивные фильтры. Пер. с англ. Лихацкой Н.Н., Ряковского С.М. — М.: Мир, 1988. — 392 с.
3. Уидроу Б., Стирнз С.Д. Адаптивная обработка сигналов. Пер. с англ. под ред. Шахгильдяна В.В. — М.: Радио и связь, 1989. — 440 с.
4. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. — Л.: Издательство Ленинградского университета, 1983. — 240 с.
5. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. — М.: Наука, 1991. — 200 с.
6. Hudson J. E. Adaptive array principles. — England, Loughborough: Peter Peregrinus Ltd., 1981. — 253 p.
7. Honig M. L., Messerschmitt D. G. Adaptive filters: structures, algorithms and applications. — MA, Hingham: Kluwer Academic Publishers, 1984. — 337 p.
8. Giordano A. A., Hsu F. M. Least square estimation with application to digital signal processing. — Canada, Toronto: John Wiley and Sons, Inc., 1985. — 412 p.
9. Alexander S. T. Adaptive signal processing. Theory and applications. — New York: Springer Verlag, 1986. — 179 p.
10. Ljung L., Soderstrom T. Theory and practice of recursive identification. — Cambridge, Massachusetts, London, England: MIT Press, 1986. — 529 p.
11. Treicher J. R., Johnson C. R., Larimore M. G. Theory and design of adaptive filters. — New York: John Wiley and Sons, Inc., 1987. — 342 p.
12. Orfanidis S. J. Optimum signal processing. — New York: McGraw-Hill, Inc., 1988. — 590 p.
13. Kalouptsidis N., Theodoridis S., Eds. Adaptive system identification and signal processing algorithms. — NJ, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1993. — 560 p.
14. Clarkson P. M. Optimum and adaptive signal processing. — London: CRC Press, 1993. — 529 p.
15. Zelniker G., Taylor F. J. Advanced digital signal processing: theory and applications. — New York: Marcel Dekker, Inc., 1994. — 666 p.
16. Regalia P. A. Adaptive IIR filtering in signal processing and control. — New York: Marcel Dekker, Inc., 1995. — 678 p.
17. Macchi O. Adaptive processing. The least mean squares approach with application in transmission. — New York: John Wiley and Sons, Inc., 1995. — 456 p.
18. Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters theory and applications. — New York: John Wiley & Sons, 1999. — 548 p.

19. Bellanger M. G., Adaptive digital filters. Second edition. — New York, Marcel Dekker, Inc., 2001. — 451 p.
20. Haykin S. Adaptive filter theory (4-th edition). — Prentice Hall, 2001. — 936 p.
21. Benvenuto N., Cherubini G. Algorithms for communication systems and their applications. — NJ, Hoboken: John Wiley and Sons, Inc., 2002. — 1285 p.
22. Sayed A. H. Fundamentals of adaptive filtering. — NJ, Hoboken: John Wiley and Sons, Inc., 2003. — 1125 p.
23. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. — М.: 2003. — Радио и связь. — 200 с.
24. Benesty J., Huang Y. (Eds). Adaptive signal processing: applications to real-world problems. — Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 2003. — 356 p.
25. Manolakis D. G., Ingle V. K., Kogon S. M. Statistical and adaptive signal processing. — Boston: Artech House, 2005. — 796 p.
26. Тараканов А. Н., Хрящев В. В., Приоров А. Л. Адаптивная цифровая обработка сигналов: учебное пособие. — Ярославль: ЯрГУ, 2001. — 134 с.
27. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: учебн. пособие. 3-е изд. — С.Пб.: БХВ-Петербург, 2011. — 768 с.
28. Ogunfunmi T. Adaptive nonlinear system identification: the Volterra and Wiener model approaches. — Springer Science + Business Media, LCC. — 2007. — 230 p.
29. Diniz P. S. R. Adaptive filtering algorithms and practical implementation. Third edition. — New York, Springer Science + Business Media, 2008. — 627 p.
30. Sayed A. H. Adaptive filters. — NJ, Hoboken: John Wiley and Sons, Inc., 2008. — 785 p.
31. Mandic D. P., Goh V. S. L. Complex valued nonlinear adaptive filters. — UK, Chichester, 2009. — 324 p.
32. Lee K.-A., Gan W.-S., Kuo S. M. Subband Adaptive Filtering: Theory and Implementation. — UK, West Sussex: John Wiley and Sons, Ltd., 2009. — 324 p.
33. Apolinario J. A., Ed. QRD-RLS Adaptive Filtering. — Springer, 2009. — 356 p.
34. Джиган В. И. Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи. Часть 1 // Современная электроника. — 2009. — №9. — С. 56—63.
35. Джиган В. И. Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи. Часть 2 // Современная электроника. — 2010. — №1. — С. 72—77.
36. Джиган В. И. Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи. Часть 3 // Современная электроника. — 2010. — №2. — С. 70—77.
37. Makino S. Acoustic echo cancellation // IEEE Signal Processing Magazine. — 1997. — Vol. 14. — №5. — P. 39—41.
38. Messerschmitt D. Echo cancellation in speech and data transmission // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. — 1984. — Vol. 2. — №2. — P. 283—297.
39. Qureshi S. Adaptive equalization // IEEE Communications Magazine. — 1982. — Vol. 20. — №2. — P. 9—16.



40. Qureshi S. Adaptive equalization // Proceedings of the IEEE. — 1985. — Vol. 73. — №9. — P. 1349—1387.
41. Cioffi J. M. (Stanford University, CA, USA). Частное сообщение, сделанное в Samsung Advanced Institute of Technology. — Ю. Корея, 1996.
42. Djigan V. I. Recursive least squares — an idea whose time has come // Proceedings of the 7-th International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing (Moscow, September 1—2, 2007). — Moscow, 2007. — P. 255—260.
43. Джиган В. И. Прикладная библиотека адаптивных алгоритмов // Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. — 2006. — №1. — С. 60—65.
44. Солохина Т., Александров Ю., Петричкович Я. Сигнальные контроллеры компании «ЭЛВИС»: первая линейка отечественных DSP // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. — 2005. — №7. — С. 70—77.
45. Treichler J., Larimore M. New processing techniques based on the constant modulus adaptive algorithm // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. — 1985. — Vol. 33. — №2. — P. 420—431.
46. Widrow B. Thinking about thinking: the discovery of the LMS algorithm — DSP history // IEEE Signal Processing Magazine. — 2005. — Vol. 22. — №1. — P. 100—106.
47. Джиган В. И., Солохина Т. В., Петричкович Я. Я. Подавление электрического эха на базе контроллеров «МУЛЬТИКОР» // Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. — 2004. — №8. — С. 26—33.
48. Chen W. Y. Simulation techniques and standards development for digital subscriber line systems. — IN: Indianapolis, Macmillan Technical Publishing, 1998. — 644 p.
49. Starr T., Cioffi J. M., Silverman P. J. Understanding digital subscriber line technology. — NJ: Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1999. — 474 p.
50. Huntly H. R. Transmission design of intertoll telephone trunks // Bell System Technical Journal. — 1953. — Vol. 32. — Sept. — P. 1019—1036.
51. Allen J. B., Berkley D. A. Image method for efficiently simulating small-room acoustics // The Journal Acoustic Society of America. — 1979. — Vol. 65. — №4. — P. 943—950.
52. Digital network echo cancellers // ITU-T Recommendation G.168. Series G: Transmission systems and media, digital systems and networks. International telephone connections and circuits — Apparatus associated with long-distance telephone circuits. 04/2000. — Geneva. — 2001. — 116 p.
53. Deller J. R., Proakis J. G., Hansen G. H. L. Discrete-time processing of speech signals. — Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1993. — 908 p.
54. Chen Y., Le-Ngoc T., Champagne B., Xu C. Recursive least squares constant modulus algorithm for blind adaptive array // IEEE Trans. Signal Processing. — 2004. — Vol. 52. — №5. — P. 1452—1456.

55. Плетнева И. Д., Джиган В. И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках // Исследования в области цифровых систем связи (Межвузовский сборник). — М.: Изд. МИЭТ, 2007. — С. 36—43.
56. Widrow B. Hoff M. E. Adaptive switching circuits // IRE WESCON Convention Record. — 1960. — Part 4. — P. 96—104.
57. Widrow B., McCool J., Ball M. The complex LMS algorithm // Proceedings of the IEEE. — 1975. — Vol. 63. — №4 — P. 719—720.
58. Frost O. L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing // Proceedings of the IEEE. — 1972. — Vol. 60. — №8. — P. 926—935.
59. Su Y.-L. A complex algorithm for linearly constrained adaptive arrays // IEEE Antennas and Propagation. — 1983. — Vol. 31. — №4. — P. 676—678.
60. Reed I. S. Brief history of adaptive arrays // Proceedings of the Military Communication Conference. — 1985. — Vol. 2,3. — P. 515—518.
61. Widrow B., Mantey P. E., Griffiths L. J., Goode B. B. Adaptive antenna systems // Proceedings of the IEEE. — 1967. — Vol. 55. — №12. — P. 2143—2159.
62. Becker F. K., Holzman L. N., Lucky R. W., Port E. Automatic equalization for digital communication // Proceedings of the IEEE. — 1965. — Vol. 52. — №1. — P. 96—97.
63. Lucky R. W. The adaptive equalizer // IEEE Signal Processing Magazine. — 2006. — Vol. 23. — №3. — P. 104—107.
64. Dentino M., McCool J., Widrow B. Adaptive filtering in frequency domain // Proceedings of the IEEE. — 1978. — Vol. 66. — №12. — P. 1658—1659.
65. Shynk J. J. Frequency-domain and multirate adaptive filtering // IEEE Signal Processing Magazine. — 1992. — Vol. 9. — №1. — P. 14—37.
66. Джиган В. И. Многоканальные RLS- и быстрые RLS-алгоритмы адаптивной фильтрации // Успехи современной радиоэлектроники. — 2004. — №11. — С. 48—77.
67. Джиган В. И. Многообразие лестничных RLS-алгоритмов адаптивной фильтрации // Цифровая обработка сигналов. — 2005. — №3. — С. 2—12.
68. Джиган В. И. Параллельные вычисления в RLS алгоритмах адаптивной фильтрации // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия Приборостроение. — 2006. — №1. — С. 30—49.
69. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функции комплексного переменного. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1987. — 588 с.
70. Brandwood D. H. A complex gradient operator and its applications in adaptive array theory // IEE Proceedings. Parts F and H. — 1983. — Vol. 130. — №1. — P. 11—16.
71. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. — 320 с.



72. Белоусов И. В. Матрицы и определители. — Кишинев: Институт прикладной физики Академии наук Республики Молдова, 2006. — 101 с.
73. Widrow B. Adaptive filters I: fundamentals. — Stanford Electronics Laboratories Technical Report 6764-6. — December 1966. — 58 p.
74. Widrow B., McCool J. M., Larimore M. G., Johnson C. R. Stationary and nonstationary characteristics of the LMS adaptive filter // Proceedings of the IEEE. — 1976. — Vol. 64. — №8. — P. 1151—1162.
75. Horowitz L., Senne K. Performance advantage of complex LMS for controlling narrow-band adaptive arrays // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. — 1981. — Vol. 29. — №3. — P. 722—736.
76. Feuer A., Weinstein E. Convergence analysis of LMS filters with uncorrelated Gaussian data // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. — 1985. — Vol. 33. — №1. — P. 222—230.
77. Reed I. S. On moment theorem for complex Gaussian processes // IEEE Trans. Information Theory. — 1962. — Vol. 8. — №3. — P. 194—195.
78. Nagomo J. I., Noda A. A. learning method for system identification // IEEE Trans. Automatic Control. — 1967. — Vol. 12. — №3. — P. 282—287.
79. Bitmead R. R., Anderson B. D. O. Performance of adaptive estimation algorithms in independent random environments // IEEE Trans. Automatic Control. — 1980. — Vol. 25. — №3. — P. 788—794.
80. Hubing N. E., Alexander S. T. Statistical analysis of the soft constrained initialization of recursive least squares algorithms // Proceedings of the International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing. — 1991. — P. 1277—1280.
81. Hsia T. C. Convergence analysis of LMS and NLMS adaptive algorithms. // Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1983. P. 667—670.
82. Douglas S. C., Meng T. H.-Y. Normalized data nonlinearities for LMS adaptation // IEEE Trans. Signal Processing. — 1994. — Vol. 42. — №6. — P. 1352—1365.
83. Slock D. T. M. On the convergence behavior of the LMS and the normalized LMS algorithms // IEEE Trans. Signal Processing. — 1994. — Vol. 41. — №9. — P. 2811—2825.
84. Harris R. W., Chabries D. M., Bishop F. A. A variable step (VS) adaptive filter algorithm // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing. — 1986. — Vol. 34. — №2. — P. 309—316.
85. Kwong R. H., Johnston E. W. A variable step size LMS algorithm // IEEE Trans. Signal Processing. — 1992. — Vol. 40. — №7. — P. 1633—1642.
86. Mathews V. J., Xie Z. A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size // IEEE Trans. Signal Processing. — 1993. — Vol. 41. — №6. — P. 2075—2087.

87. Aboulnasr T., Mayyas K. A robust variable step-size LMS type algorithm: analysis and simulation // *IEEE Trans. Signal Processing.* — 1997. — Vol. 45. — №3. — P. 631—639.
88. Pazaitis D. I., Constantinides A. G. A novel kurtosis driven variable step-size adaptive algorithm // *IEEE Trans. Signal Processing.* — 1999. — Vol. 47. — №3. — P. 864—872.
89. Apolinario J. A., Werner S., Diniz P. S. R., Laakso T. I. Constrained normalized adaptive filters for CDMA mobile communication // *Proceedings of the 9-th European Signal Processing Conference.* — Island of Rhodes, Greece, 1998. — P. 2053—2056.
90. Lee K.-A., Gan W.-S., Kuo S. M. Subband adaptive filtering: theory and implementation. — New York: John Wiley and Sons, Inc., 2009. — 344 p.
91. Линович А. Ю., Витязев В. В., Субполосная адаптивная фильтрация в задачах обратного моделирования // *Цифровая обработка сигналов.* — 2004. — №4. — С. 41—48.
92. Витязев С. В., Витязев В. В. Методы синтеза узкополосного адаптивного КИХ-фильтра на основе многоскоростной обработки // *Цифровая обработка сигналов.* — 2007. — №4. — С. 15—20.
93. Soo J.-S., Pang K. K. Multidelay block frequency domain adaptive filter // *IEEE Transactions Signal Processing.* — 1990. — Vol. 38. — №2. — P. 373—376.
94. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.
95. Slock D. T. M., Kailath T. Numerically stable fast transversal filters for recursive least squares adaptive filtering // *IEEE Trans. Signal Processing.* — 1991. — Vol. 39. — №1. — P. 92—114.
96. Benallal A., Gilliore A. A new method to stabilize fast RLS algorithm based on the first-order model of the propagation of numerical errors // *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing.* — 1988. — Vol. 5. — P. 1373—1376.
97. Yang B. A note on error propagation analysis of recursive least-squares algorithms // *IEEE Trans. Signal Processing.* — 1994. — Vol. 42. — №12. — P. 3523—3525.
98. Eleftheriou E., Falconer D. D. Tracking properties and steady-state performance of RLS adaptive filter algorithms // *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing.* — 1986. — Vol. 34. — №5. — P. 1097—1110.
99. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. Пер. с англ. под ред. Воеводина В. В. — М.: Мир, 1999. — 548 с.
100. Leung H., Haykin S. Stability of recursive QRD-LS algorithms using finite-precision systolic array implementation // *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing.* — 1989. — Vol. 37. — №5. — P. 760—763.



101. McWhirter J. G. Recursive least-squares minimization using a systolic array // Proceedings of the SPIE Intern. Sic. Opt. Eng. — 1983. — Vol. 431. — P. 105—112.
102. Alexander S. T., Ghirnikar A. L. A method for recursive least squares filtering based upon an inverse QR decomposition // IEEE Trans. Signal Processing. — 1993. — Vol. 41. — №1. — P. 20—30.
103. Pan C.-T., Plemmons R. J. Least squares modification with inverse factorization: parallel implications // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 1989. — Vol. 27. — P. 109—127.
104. Rontogiannis A. A., Theodoridis S. On inverse factorization adaptive least-squares algorithms // Signal Processing. — 1996. — Vol. 52. — P. 35—47.
105. Rader C. M., Steinhardt A. O. Hyperbolic Householder transformations // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. — 1986. — Vol. 34. — №6. — P. 1589—1602.
106. Hsieh S. F., Liu K. J. R., Yao K. A unified square-root-free approach for QRD based recursive least squares estimation // IEEE Trans. Signal Processing. — 1993. — Vol. 41. — №3. — P. 1405—1409.
107. Proudler I. K. Fast time-series adaptive-filtering algorithm based on the QRD inverse-updates method // IEE Proceedings: Vision, Image and Signal Processing. — 1994. — Vol. 141. — №5. — С. 325—333.
108. Gill P. E., Golub G. H., Murray W., Saunders M. A. Methods for modifying matrix factorization // Math. Comput. — 1974. — Vol. 25. — P. 505—535.
109. Семушин И. В. Численные методы: учебное пособие для вузов. — Ульяновск: УлГТУ. — 2006. — 178 с.
110. Балашов Е. П., Негода В. Н., Пузанков Д. В. и др. Информационные системы: Табличная обработка информации. Под ред. Балашова Е. П. и Смолова В. Б. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинград. отд-ние, 1985. — 184 с.
111. Байков В. Д., Смолов В. Б. Специализированные процессоры: Итерационные алгоритмы и структуры. — М.: Радио и связь, 1985. — 288 с.
112. Wang L.-K., Schulte M. J. Decimal floating-point division using Newton-Raphson iteration // Proceedings of the 15-th IEEE International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors. — 2004. — P. 84—95.
113. Steinhardt A. O. Householder transforms in signal processing // IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing Magazine. — 1988. — Vol. 5. — №3. — P. 4—12.
114. Hsieh S. F., Liu K. J. R., Yao K. A unified SQRT-free rank-1 up/down-dating approach for recursive least-squares problems // Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing. — Toronto, Canada. — 1991. — Vol. 2. — P. 1017—1020.
115. Gotze J. Schwegelshohn U. A square root and division free Givens rotation for solving least squares problems on systolic arrays // SIAM J. Sci. Stat. Comput. — 1991. — Vol. 12. — №4. — P. 800—807.

116. Frantzeskakis E. N., Liu K. J. R. A class of square root and division free algorithms and architectures for QRD-based adaptive signal processing // *IEEE Trans. Signal Processing*. — 1994. — Vol. 42. — №9. — P. 2455—2469.
117. Takao K., Fujita M., Nishi T. An adaptive antenna array under directional constraint // *IEEE Trans. Antennas and Propagation*. — 1976. — Vol. 24. — №5. — P. 662—669.
118. Applebaum S., Chapman D. Adaptive arrays with main beam constraints // *IEEE Trans. Antennas and Propagation*. — 1976. — Vol. 24. — №5. — P. 650—662.
119. Er M., Cantoni A. On an adaptive antenna array under directional constraint // *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*. — 1985. — Vol. 33. — №5. — P. 1326—1328.
120. Ward D. B. Technique for broadband correlated interference rejection in microphone arrays // *IEEE Trans. Speech and Audio Processing*. — 1998. — Vol. 6. — №4. — P. 414—417.
121. Chen S.-J., Chang C.-Y. Adaptive linearly constrained inverse QRD-RLS beamforming algorithm for moving jammers suppression // *IEEE Trans. Antennas and Propagation*. — 2002. — Vol. 50. — №4. — P. 676—678.
122. Resende L. S., Romano J. M. T., Bellanger M. G. A fast least-squares algorithm for linearly constrained adaptive filtering // *IEEE Trans. Signal Processing*. — 1996. — Vol. 44. — №5. — P. 1168—1174.
123. Resende L. S., Romano J. M. T., Bellanger M. G. Adaptive split transversal filtering: a linearly-constrained approach // *Proceedings of the IEEE Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium*. — 2000. — P. 213—217.
124. Proakis J. G. Adaptive digital filters for equalization of telephone channels // *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*. — 1970. — Vol. 18. — №2. — P. 195—200.
125. Falconer D., Ljung L. Application of fast Kalman estimation to adaptive equalization // *IEEE Trans. Communications*. — 1978. — Vol. 26. — №10. — P. 1439—1446.
126. Carayannis G., Manolakis D., Kalouptsidis N. A fast sequential algorithm for least-squares filtering and prediction // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1983. — Vol. 31. — №6. — P. 1394—1402.
127. Cioffi J. M., Kailath T. Fast, recursive-least squares transversal filters for adaptive filtering // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1984. — Vol. 32. — №2. — P. 304—337.
128. Cioffi J. M., Kailath T. Windowed fast transversal filters adaptive algorithms with normalization // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1985. — Vol. 33. — №3. — P. 607—625.
129. Carayannis G., Manolakis D., Kalouptsidis N. A unified view of parametric processing algorithms for prewindowed signals // *Signal Processing*. — 1986. — Vol. 10. — P. 335—368.



130. Schutze H., Ren Z. Numerical characteristics of fast recursive least squares transversal adaptation algorithms — a comparative study // *Signal Processing*. — 1992. — Vol. 27. — P. 317—331.
131. Sayed A. H., Kailath T. A state-space approach to adaptive RLS filtering // *IEEE Signal Processing Magazine*. — 1994. — Vol. 11. — №3. — P. 18—60.
132. Glentis G.-O., Berberidis K., Theodoridis S. Efficient least squares adaptive algorithms for FIR transversal filtering // *IEEE Signal Processing Magazine*. — 1999. — Vol. 16. — №4. — P. 13—41.
133. Зинчук В. М., Сосулин Ю. Г., Лимарев А. Е., Мухин Н. П. Адаптивная цифровая фильтрация шумоподобных сигналов в радиотехнических системах // *Цифровая обработка сигналов*. — 2000. — №1. — С. 5—18.
134. Сергиенко А. Б. Алгоритмы адаптивной фильтрации: особенности реализации в MATLAB // *Exponenta Pro: математика в приложениях*. — 2003. — №1. — С. 18—28.
135. Botto J.-L., Moustakides G. V. Stabilizing the fast Kalman algorithms // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1989. — Vol. 37. — №9. — P. 1342—1348.
136. Lee D., Morf M., Friedlander B. Recursive least squares ladder estimation algorithms // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1981. — Vol. 29. — №3. — P. 627—641.
137. Honig M. L., Messerschmitt D. G. Convergence properties of an adaptive digital lattice filter // *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*. — 1981. — Vol. 29. — №3. — P. 642—653.
138. Porat B., Friedlander B., Morf M. Square root covariance ladder algorithms // *IEEE Trans. Automatic Control*. — 1982. — Vol. 27. — №4. — P. 813—829.
139. Porat B., Kailath T. Normalized lattice algorithms for least-squares FIR system identification // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1983. — Vol. 31. — №13. — P. 122—128.
140. Lev-Ari H., Kailath T., Cioffi J. Least-squares adaptive lattice and transversal filters: a unified geometric theory // *IEEE Trans. Information Theory*. — 1984. — Vol. 30. — №2. — P. 222—236.
141. Ling F., Manolakis D., Proakis J. Numerically robust least-squares lattice-ladder algorithms with direct updating of the reflection coefficients // *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1986. — Vol. 34. — №4. — P. 837—845.
142. Ling F., Proakis J. A generalized multichannel least squares lattice algorithm based on sequential processing stages // *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*. — 1984. — Vol. 32. — №2. — P. 381—389.
143. Lev-Ari H. Modular architectures for adaptive multichannel lattice algorithms // *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*. — 1987. — Vol. 35. — №4. — P. 543—552.

144. Lewis P.S. QR-based algorithms for multichannel adaptive least squares lattice filters // *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*. — 1990. — Vol. 38. — №3. — P. 421—432.
145. Zhao K., Ling F., Proakis J.G. Multichannel Givens lattice adaptive algorithm // *Proceedings of the International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing*. — 1991. — P. 1849—1852.
146. Ling F. Givens rotation based least squares lattice and related algorithms // *IEEE Trans. Signal Processing*. — 1991. — Vol. 39. — №7. — P. 1541—1551.
147. Glentis G. O., Kalouptsidis N. Efficient order recursive algorithms for multichannel LS filtering // *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*. — 1990. — Vol. 3. — P. 1429—1432.
148. Glentis G.-O.A., Kalouptsidis N. Efficient order recursive algorithms for multichannel least squares filtering // *IEEE Trans. Signal Processing*. — 1992. — Vol. 40. — №6. — P. 1354—1374.
149. Glentis G.-O.A., Kalouptsidis N. Fast adaptive algorithms for multichannel filtering and system identification // *IEEE Trans. Signal Processing*. — 1992. — Vol. 40. — №10. — P. 2433—2458.
150. Glentis G. O., Kalouptsidis N. Efficient multichannel FIR filtering using a single step versatile order recursive algorithm // *Signal Processing*. — 1994. — Vol. 37. — №1. — P. 437—462.
151. Джиган В. И. Многоканальный быстрый RLS-алгоритм адаптивной фильтрации для параллельной реализации с помощью четырех процессоров // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Приборостроение*. — 2005. — №1. — С. 83—99.
152. Glentis G., Kalouptsidis N. A highly modular adaptive lattice algorithm for multichannel least squares filtering // *Signal Processing*. — 1995. — Vol. 36. — №1. — P. 47—55.
153. Glentis G. O., Gerez S.H. Very high speed least squares adaptive multichannel filtering and system identification. — Mierlo, Netherlands // *Proceedings of the ProRISC/IEEE Benelux Workshop on Circuits, Systems and Signal Processing* — 1995. — P. 123—132.
154. Glentis G. O., Slump C. H. A highly modular normalized adaptive lattice algorithm for multichannel least squares filtering // *Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*. — 1995. — Vol. 2. — P. 1420—1423.
155. Gomes G., Barroso V. Multichannel lattice filtering based on parallel scalar modules // *Proceedings of the 2-th Conference on Telecommunications*. — Sesimbra, Portugal. — 1999. — P. 151—155.
156. Gomes G., Barroso V. QR-RLS adaptation of modular multichannel adaptive filters // *Proceedings of the 4-th Conference on Telecommunications*. — Aveiro, Portugal. — 2003. — P. 135—138.



157. Gomes G., Barroso V. A CORDIC-based QR-RLS multichannel lattice filter // European Signal Processing Conference. — Pozgan, Poland. — 2007. — P. 1043—1047.
158. Gomes G., Barroso V. Array-Based QR-RLS Multichannel Lattice Filtering // IEEE Trans. Signal Processing. — 2008. — Vol. 56. — №8. — P. 3510—3522.
159. Gay S.L. Dynamically regularized fast RLS with application to echo cancellation // Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing. — 1996. — P. 957—960.
160. Ozeki K., Umeda K. An adaptive filtering algorithm using orthogonal projection to an affine subspace and its properties // Trans. IECE Japan. — 1984. — Vol. J67A. — №2. — P. 126—132.
161. Tanaka M., Kaneda Y., Makino S. Reduction of high order projection algorithm // Proceedings of the EICS Fall Conference. — Tokio, Japan. — 1993. — P. A-101.
162. Gay S.L. A fast converging, low complexity adaptive filtering algorithm // Proc. of the 3-rd International Workshop on Acoustic Echo Control. — Plestin les Greves, France. — 1993. — P. 223—226.
163. Gay S.L, Tavathia S. The fast affine projection algorithm // Proceedings of the International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing. — Detroit, Michigan, US. — 1995. — Vol. 5. — P. 3023—3026.
164. Tanaka M., Kaneda Y., Makino S., Kojima J. A fast projection algorithm for adaptive filtering // IEICE Transactions. Fundamentals. — 1995. — V. E78A. — №10. — P. 1355—1361.
165. Djigan V.I. Improved fast affine projection algorithm with gradient adaptive step-size // Proceedings of the 3-rd International Conference on Antennas, Radiocommunication Systems & Means (ICARSM-97) (Voronezh Construction Bureau of Antenna Design, 26—29 May 1997). — Voronezh, 1997. — Vol. 3. — P. 23—32.
166. Джиган В.И. Быстрый многоканальный алгоритм аффинных проекций с комплексными коэффициентами для адаптивной фильтрации // Доклады 5-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2003)» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова, 12—14 марта 2003 г.). — Москва, 2003. — Том 1. — С. 39—44.
167. Джиган В.И. Уменьшение вычислительных затрат в линейно-ограниченном алгоритме аффинных проекций // Труды 60-й научной сессии, посвященной Дню Радио (Московский технический университет связи и информатики, 17 — 19 мая 2005 г.). — Москва, 2005. — Том 1. — С. 99—102.
168. Джиган В.И. Особенности построения быстрого алгоритма аффинных проекций для многоканальной адаптивной фильтрации // Радиотехника и электроника. — 2005. — №11. — С. 1391—1399.

169. Джиган В. И. Многоканальные линейно-ограниченные RLS алгоритмы со скользящим окном // Радиотехника. — 2005. — №10. — С. 32—36.
170. Джиган В. И. Об использовании параллельных вычислений в лестничных адаптивных алгоритмах // Телекоммуникации. — 2005. — №12. — С. 2—9.
171. Джиган В. И. Параллельные линейно-ограниченные RLS алгоритмы адаптивной фильтрации // Вестник Московского государственного авиационного института (технического университета). — 2005. — №3. — С. 81—92.
172. Джиган В. И. Алгоритмы и структуры лестничных адаптивных фильтров на основе QR-разложения со скользящим окном и динамической регуляризацией корреляционной матрицы // Труды учебных заведений связи. — 2005. — №173. — С. 130—141.
173. Джиган В. И. Простое представление параллельных линейно-ограниченных алгоритмов адаптивной фильтрации // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. — 2005. — №2. — С. 33—41.
174. Djigan V. I. Lattice RLS for nonstationary signal processing // Radioengineering: Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities and URSI Committers. — 2006. — Vol. 15. — №1. — P. 25—31.
175. Djigan V. I. Multichannel parallelizable sliding window RLS and fast RLS algorithms with linear constraints // Signal Processing (Elsevier). — 2006. — Vol. 86. — №4. — P. 776—791.
176. Джиган В. И. Условия эквивалентности рекурсивных алгоритмов адаптивной фильтрации по критерию наименьших квадратов // Телекоммуникации. — 2006. — №6. — С. 6—11.
177. Rontogiannis A. A., Theodoridis S. New fast QR decomposition least squares adaptive algorithms // IEEE Trans. Signal Processing. — 1998. — Vol. 46. — №8. — P. 2113—2121.
178. Rontogiannis A. A., Theodoridis S. Multichannel fast QRD-LS adaptive filtering: new technique and algorithms // IEEE Trans. Signal Processing. — 1998. — Vol. 46. — №11. — P. 2862—2876.
179. Proudler I. K., McWhirter J. G., Shepherd T. J. Computationally efficient QR decomposition approach to least squares adaptive filtering // IEE Proceedings: F. — 1991. — Vol. 138. — №4. — С. 341—353.
180. Terre M., Bellanger M. A fast least squares QRD-based algorithm for complex data // IEEE Trans. Signal Processing. — 1994. — Vol. 42. — №11. — P. 3272—3273.
181. Proudler I. K. Fast time-series adaptive-filtering algorithm based on the QRD inverse-updates method // IEE Proceedings: Vision, Image and Signal Processing. — 1994. — Vol. 141. — №5. — С. 325—333.
182. Papaodysseus C. A robust, parallelizable,  $O(m)$ , a posteriori recursive least squares algorithm for efficient adaptive filtering // IEEE Trans. Signal Processing. — 1999. — Vol. 47. — №9. — P. 2552—2558.



183. Mazuch T., Kozanek J. New recurrent algorithm for a matrix inversion // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. — 2001. — Vol. 136. — №1,2. — P. 219—226.
184. Джиган В. И. Алгоритмы адаптивной фильтрации нестационарных сигналов // Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. — Государственное унитарное предприятие города Москвы Научно-производственный центр «Электронные вычислительно-информационные системы». — Москва, 2006. — 342 с.
185. De Campos M. R. L., Apolinario J. A. The constrained affine projection algorithm — development and convergence issues // *Proceedings of the First Balkan Conference on Signal Processing, Communications, Circuits, and Systems*. — Istanbul, May 2000. — 4 p.
186. Lin D. W. On digital implementation of the fast Kalman algorithms // *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*. — 1984. — Vol. 32. — №5. — P. 998—1005.
187. <http://www.mathworks.com/> Интернет-сайт компании MathWorks.
188. <http://www.ni.com/> Интернет-сайт компании National Instruments.
189. <http://www.agilent.com/> Интернет-сайт компании Agilent Technologies.
190. <http://www.ti.com/> Интернет-сайт компании Texas Instruments.
191. <http://www.analog.com/> Интернет-сайт компании Analog Devices.
192. <http://www.freescale.com/> Интернет-сайт компании Freescale Semiconductor.
193. [www.multicore.ru/](http://www.multicore.ru/) Интернет-сайт ОАО НПЦ «ЭЛВИС».
194. Hayes M. H., Treichler J. Adaptive filtering (best of the web) // *IEEE Signal Processing Magazine*. — 2008. — Vol. 25. — № 6. — 169—172.
195. Джиган В. И. Библиотека алгоритмов адаптивной фильтрации // Доклады 6-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2004)» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, 31 марта — 2 апреля 2004 г.). — Москва, 2004. — Том 1. — С. 89—94.
196. Джиган В. И. Разработка алгоритмов адаптивной фильтрации с применением среды «MATLAB» // Труды 2-й Всероссийской научной конференции «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, 25—26 мая 2004 г.). — Москва, 2004. — С. 1689—1696 (CD).
197. Джиган В. И. Оценка эффективности реализации алгоритмов адаптивной фильтрации на базе «систем на кристалле» серии «МУЛЬТИКОР» // Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микроэлектронных систем (МЭС-2005)» (Российская академия наук: Институт проблем проектирования в микроэлектронике, 11—14 октября 2005 г.). — Москва, 2005. — С. 453—460.

198. Джиган В. И., Коплович Е. А. Особенности реализации алгоритмов адаптивной фильтрации на базе микропроцессорных БИС серии «МУЛЬТИКОР» // Труды 1-й Международной научно-технической конференции «Современные проблемы оптимизации в инженерных приложениях (IWOPE-2005)» (Ярославский государственный университет, 17–24 декабря 2005 г.). — Ярославль, 2005. — Том 2. — С. 262–270.
199. Джиган В. И., Коплович Е. А. Лестничные адаптивные фильтры на основе СБИС сигнального контроллера 1892ВМ3Т серии «Мультикор» // Вопросы радиоэлектроники. Общетехническая серия. — 2006. — №2. — С. 126–136.
200. Джиган В. И. Адаптивные антенные решетки на базе СБИС серии «Мультикор» // Вопросы радиоэлектроники. Серия «Электронная вычислительная техника». — 2008. — №3. — С. 57–69.
201. Гончаров А. А., Хребтов А. Ю., Джиган В. И. Опыт реализации параллельных алгоритмов адаптивной фильтрации на базе СБИС серии «Мультикор» // Материалы 16-й Международной конференции «Информационные средства и технологии» (Московский энергетический институт — технический университет, 21–23 октября 2008 г.). — Москва, 2008. — Том 1. — С. 137–143.
202. Джиган В. И. Виртуальная адаптивная антенная решетка в среде LabVIEW // Материалы 7-й Международной научно-практической конференции «Образовательные, научные и инженерные приложения в среде LabVIEW и технологии National Instruments». (Российский университет дружбы народов, 28–29 ноября 2008 г.). — Москва, 2008. — Том 2. — С. 52–58.
203. Богданов И. П., Джиган В. И. Виртуальный инструмент для исследования свойств алгоритмов адаптивной фильтрации // Материалы 9-й Международной научно-практической конференции «Образовательные, научные и инженерные приложения в среде LabVIEW и технологии National Instruments». (Российский университет дружбы народов, 3–4 декабря 2010 г.). — Москва, 2010. — С. 260–263.
204. Джиган В. И. Виртуальная многолучевая антенная решетка на основе RLS-алгоритма адаптивной фильтрации // Материалы 10-й Международной научно-практической конференции «Образовательные, научные и инженерные приложения в среде LabVIEW и технологии National Instruments». (Московский технический университет связи и информатики, 8–9 декабря 2011 г.). — Москва, 2011. — С. 5–8.
205. Белиовская Л., Джиган М., Джиган О. Совместное использование пакетов LabVIEW и MATLAB в задачах эхокомпенсации и выравнивания каналов связи // Современная электроника. — 2007. — №3. — С. 56–60.
206. Джиган О. В., Джиган М. В. Виртуальный инструмент для исследования свойств адаптивных фильтров в среде LabVIEW // Материалы 10-й Международной научно-практической конференции «Образовательные, науч-



- ные и инженерные приложения в среде LabVIEW и технологии National Instruments». (Московский технический университет связи и информатики, 8—9 декабря 2011 г.). — Москва, 2011. — С. 9—12.
207. Солонина А. И., Арбузов С. М. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB: учебн. пособие. — С.Пб.: БХВ-Петербург, 2008. — 816 с.
208. Солонина А. И., Цифровая обработка сигналов. Моделирование в Simulink: учебн. пособие. — С.Пб.: БХВ-Петербург, 2008. — 432 с.
209. Кехтарнаваз Н., Ким Н. Цифровая обработка сигналов на системном уровне с использованием LabVIEW/ Пер. с англ. под ред. В. К. Макухи. — М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2007. — 304 с.
210. Ануфриев И., Смирнов А., Смирнова Е. MATLAB 7. Наиболее полное руководство. — СПб.: «БХВ-Петербург», 2005. — 1102 с.
211. Трэвис Д., Кринг Д. LabVIEW для всех. 4-е издание, переработанное и дополненное. — М.: ДМК Пресс, 2011. — 904 с.
212. Sigale D. Digital communication systems using SystemVue. — Charles River Media, 2006. — 350 p.
213. Загидуллин Р. Ш., Карутин С. Н., Стешенко В. Б. SystemView. Системотехническое моделирование устройств обработки сигналов. — М.: Горячая Линия — Телеком, 2005. — 296 с.
214. <http://www.dspalgorithms.com> Интернет-сайт компании DSP Algorithms.
215. Белиовская Л., Джиган М., Джиган О. Вычисление импульсных откликов акустических и электрических каналов // Современная электроника. — 2007. — №9. — С. 42—44.
216. Джиган В. И. Многолучевая адаптивная антенная решетка // Известия ЮФУ. Технические науки. — 2012. — №2. — С. 23—29.
217. Djigan V.I. Joint use of constant modulus and least squares criteria in linearly-constrained communication arrays // Radioengineering: Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities and URSI Committers. — 2007. — Vol. 16. — №4. — P. 88—95.
218. Джиган В. И., Плетнева И. Д. Линейно-ограниченный нормализованный алгоритм по критерию наименьшего среднеквадратичного отклонения для цифровой адаптивной антенной решетки // Информационные технологии. — 2008. — №10. — С. 68—74.
219. Джиган В. И., Плетнева И. Д. Применение СМ-алгоритма аффинных проекций с линейными ограничениями для адаптивной фильтрации сигналов в антенной решетке // Антенны. — 2008. — №10. — С. 14—24.
220. Algorithm design library. SystemVue 211.10. — Agilent Technologies, 2011. — 574 p.
221. Александров Ю. Н., Никольский В. Ф., Кучинский А. С. и др. Библиотека прикладных функций в составе среды MCStudio™ для разработки про-

- граммного обеспечения «систем на кристалле» серии МУЛЬТИКОР // Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микроэлектронных систем (МЭС-2005)» (Российская академия наук: Институт проблем проектирования в микроэлектронике, 11—14 октября 2005 г.). — Москва, 2005. — С. 516—522.
222. Сеницын В. В., Косырев С. А., Никольский В. Ф. Среда разработки программного обеспечения для «систем на кристалле» серии «МУЛЬТИКОР» MCStudio\_Lnx // Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микроэлектронных систем (МЭС-2005)» (Российская академия наук: Институт проблем проектирования в микроэлектронике, 11—14 октября 2005 г.). — Москва, 2005. — С. 406—411.
223. Витязев С. В. Адаптивный гребенчатый фильтр на процессорах «МУЛЬТИКОР» // Вопросы Радиоэлектроники. Серия «Электронная вычислительная техника». — 2008. — №3. — С. 121—126.
224. TMS320C55x DSP library. Programmer's reference. SPRU422J. — Texas Instrument. — January 2009.
225. TMS320C64x DSP library. Programmer's reference. SPRU565B. — Texas Instrument. — October 2003.
226. TMS320C67x DSP library. Programmer's reference. SPRU657C. — Texas Instrument. — June 2010.
227. ADSP-21000 family. Application handbook. Volume 1. — Analog Devices. — 1994. — 333 p.
228. Витязев С. В. Программная реализация цифрового фильтра-дециматора на цифровых сигнальных процессорах TigerSHARC ADSP-TS101 // Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2003)» (Российская академия наук: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, 31 марта — 2 апреля 2010 г.). — Москва, 2010. — Том 2. — С. 259—261.
229. VisualDSP++. C/C++ compiler and library manual for TigerSHARC processors. Part Number 80-000336-03. — Analog Devices. — 2004.
230. 24-Bit digital signal processors DSP56300 family manual. DSP56300FM. — Freescale Semiconductor. — April 2005.
231. Витязев С. В. Цифровые процессоры обработки сигналов. — Рязань: Изд. РГРТУ, 2012. — 115 С.