



# МИР физики и техники

В. НЕВОЛИН

## Квантовая физика и нанотехнологии

Издание 2-е, исправленное  
и дополненное

ТЕХНОСФЕРА  
Москва  
2013

УДК 530.145 + 620.3  
ББК 22.3  
Н40

**Рецензенты:**

*Ю.И. Богданов* — доктор физико-математических наук, Физико-технологический институт Российской академии наук

*Э.А. Ильичев* — доктор физико-математических наук, Государственный научно-исследовательский институт физических проблем им. Ф.В. Лукина

**Неволин В.К.**  
**Н40 Квантовая физика и нанотехнологии. Издание 2-е, испр. и доп.**  
**Москва: Техносфера, 2013. — 128 с.**  
**ISBN 978-5-94836-361-5**

Экспериментальные исследования инфинитного (неограниченного хотя бы в одном направлении) движения квантовых частиц с применением зондовых нанотехнологий показали, что нужно более пристально посмотреть на прежние представления об их движении. А именно, наряду с классической кинетической энергией частицы переносят энергию квантовой нелокальности движения, иначе говоря, участвуют одновременно в двух движениях. Квантовая составляющая энергии движения может быть в некоторых случаях значительной. На основе этого явления предсказано и экспериментально доказано несколько новых эффектов. Испытан прототип холодильного устройства, работающего на эффекте переноса квантовой составляющей энергии движения.

Издание предназначено для студентов, изучающих квантовую механику, для аспирантов и молодых научных сотрудников, изучавших ранее квантовую механику и работающих в области нанотехнологий, стремящихся открыть новые эффекты и создать уникальные устройства.

Книга напечатана на русском и английском языках.

УДК 530.145 + 620.3  
ББК 22.3

© 2013, В.К. Неволин  
© 2013, ЗАО «РИЦ «Техносфера», оригинал-макет, оформление  
ISBN 978-5-94836-361-5

V. NEVOLIN

# Quantum Physics and Nanotechnology

Second revised edition

Translated by S. Ozerina

TECHNOSPHERA  
Moscow  
2013

**Reviewers:**

*Yu.I. Bogdanov* — Doctor of Physical and Mathematical Sciences,  
PTI RAS;

*E.A. Ilichev* — Doctor of Physical and Mathematical Sciences,  
NIIFP.

**Nevolin V.K.**

**Quantum Physics and Nanotechnology. Second revised edition**

**Moscow: Technosphaera, 2013. — 128 p.**

**ISBN 978-5-94836-361-5**

Experimental studies of infinite (unrestricted at least in one direction) quantum particle motion using probe nanotechnologies have revealed the necessity of revising previous concepts of their motion. Particularly, quantum particles transfer quantum motion nonlocality energy beside classical kinetic energy, in other words, they are in two different kinds of motion simultaneously. The quantum component of the motion energy may be quite considerable under certain circumstances. Some new effects were predicted and proved experimentally in terms of this phenomenon. A new prototype refrigerating device was tested, its principle of operation being based on the effect of transferring the quantum component of the motion energy.

The book is meant for undergraduates studying quantum mechanics, for post-graduate students and young research engineers, who studied quantum mechanics before, working in the sphere of nanotechnology and aiming to discover new physical effects and develop unique devices.

© 2013, V.K. Nevolin

© 2013, Technosphaera

All Rights Reserved

**ISBN 978-5-94836-361-5**

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b> . . . . .	7
<b>Глава 1.</b> История вопроса. . . . .	9
<b>Глава 2.</b> Полная энергия и волновая функция свободной частицы	12
<b>Глава 3.</b> Уравнения квантовой механики с физическими переменными . . . . .	16
<b>Глава 4.</b> Инфинитное движение квантовой частицы в квазигидродинамическом представлении . . . . .	19
<b>Глава 5.</b> Тепловой эффект на аноде при автоэлектронной эмиссии	21
<b>Глава 6.</b> Эффект охлаждения анода при автоэлектронной эмиссии с катода . . . . .	25
<b>Глава 7.</b> О тепловыделении альфа-источников . . . . .	33
<b>Глава 8.</b> Измерение энергии квантовых частиц, совершающих инфинитное движение . . . . .	38
<b>Глава 9.</b> Квантовый статистический резонанс при взаимодействии пучка электронов с лазерным излучением . . . . .	43
<b>Глава 10.</b> Движение частицы в поле потенциальной ступеньки . . . . .	47
<b>Глава 11.</b> Туннелирование . . . . .	53
<b>Заключение</b> . . . . .	59
<b>Приложение 1.</b> Вывод квантовых уравнений движения в квазигидродинамическом представлении . . . . .	60
<b>Приложение 2.</b> Движение квантовых частиц в стационарных внешних полях . . . . .	61
<b>Приложение 3.</b> Решение квантовых гидродинамических уравнений для свободной частицы. . . . .	63
<b>Приложение 4.</b> Движение заряженной частицы в электромагнитном поле . . . . .	65
<b>Об авторе.</b> . . . . .	68

# CONTENTS

<b>Introduction</b> . . . . .	70
<b>Chapter 1.</b> Background of the problem . . . . .	72
<b>Chapter 2.</b> Total Energy and Wave Function of a Free Particle . . . . .	75
<b>Chapter 3.</b> Quantum Mechanics Equations with Physical Variables . . . . .	78
<b>Chapter 4.</b> Infinite Motion of Quantum Particle in Quasi-hydrodynamic Representation . . . . .	80
<b>Chapter 5.</b> Thermal Effect of Autoelectronic Emission on Anode. . . . .	82
<b>Chapter 6.</b> Effect of Anode Cooling at Field Emission . . . . .	86
<b>Chapter 7.</b> Heat Emission by Alpha-Sources . . . . .	92
<b>Chapter 8.</b> Measuring Energy of Quantum Particles in Infinite Motion . . . . .	98
<b>Chapter 9.</b> Quantum Statistic Resonance at Electron Beam Interaction with Laser Radiation . . . . .	103
<b>Chapter 10.</b> Particle Motion in Potential Step Field . . . . .	106
<b>Chapter 11.</b> Tunneling . . . . .	112
<b>Conclusion</b> . . . . .	118
<b>Appendix 1.</b> Quantum Motion Equations in Quasihydrodynamic Representation . . . . .	119
<b>Appendix 2.</b> Quantum Particle Motion in Static External Field . . . . .	120
<b>Appendix 3.</b> Free Particle Solution of Quantum Hydrodynamic Equations . . . . .	122
<b>Appendix 4.</b> Charged Particle Motion in Electromagnetic Field . . . . .	124
<b>About the Author</b> . . . . .	127

## ВВЕДЕНИЕ

*В науке нет широкой столбовой дороги,  
и только тот достигнет ее сияющих вершин,  
кто не страшась усталости, тревоги  
карабкается по ее каменистым тропам.*

**К. Маркс**

Во все времена новые технологии способствовали развитию науки. Не исключением являются и нанотехнологии. Это новое научно-прикладное направление, выявляющее фундаментальные свойства материи на нанометровых масштабах и использующее их в интересах людей. Человечество вправе ожидать от развития и использования нанотехнологий резкого улучшения качества жизни.

Экспериментальные исследования инфинитного (неограниченного хотя бы в одном направлении) движения квантовых частиц с применением зондовых нанотехнологий [1] показали, что нужно более пристально посмотреть на прежние представления об их движении. А именно, наряду с классической кинетической энергией частицы переносят энергию квантовой нелокальности движения, иначе говоря, участвуют одновременно в двух движениях. Квантовая составляющая энергии движения может быть в некоторых случаях значительной. На основе этого явления предсказано и экспериментально доказано несколько новых эффектов.

Испытан прототип экспериментального холодильного элемента, в котором наблюдается охлаждение катода за счет переноса квантовой составляющей энергии движения — энергии Ферми. Расчеты показывают, что эффективность такого элемента может достигать до 60%. Разработана экспериментальная методика определения разности энергий Ферми электродов. Показано, что при альфа-распаде радиоактивных ядер полная энергия частиц отличается от их кинетической энергии на несколько процентов. Этот результат важен при создании прецизионных альфа-источников тепла и электричества.

Предсказан эффект, который показывает, что можно «накачивать» квантовую составляющую движения частиц. Дело в том, что в энергии взаимодействующих частиц при химических и ядерных реакциях можно уменьшить кинетическую (тепловую) составляющую энергии за счет увеличения квантовой составляющей. В этом случае можно говорить о «холодных» реакциях.

Решен ряд тестовых задач для инфинитного движения квантовых частиц, снимающих существующие теоретические проблемы в понимании явлений и укрепляющих веру в то, что развиваемый подход к описанию инфинитного движения является более адекватным. Понимая прикладное значение предлагаемого подхода к описанию инфинитного движения квантовых частиц, идеи, описанные в этой книге, популяризованы в ряде периодических изданий [2—4].

Автор выражает благодарность своим учителям А.А. Кокину и В.М. Елеонскому за обсуждение начальных подходов к описанию инфинитного движения квантовых частиц.

### Литература

1. Неволин В.К. Зондовые нанотехнологии в электронике. — М.: Техносфера, 2006. — 159 с.
2. Неволин В.К. Нанотехнологии и квантовая физика. — Электроника: НТБ, 2009, № 5, с. 100.
3. Неволин В.К. Зондовые нанотехнологии в достижениях электроники. — Наука и технологии в промышленности, 2009, № 3, с. 76.
4. Неволин В.К. Квантовые измерения в нанотехнологиях. — Мир измерений, 2009, № 10 (104), с. 26.

Автор благодарен рецензентам Ю.И. Богданову и Э.А. Ильичеву, сделавшим ценные замечания. В частности, отмечено, что работа носит остро дискуссионный характер, что может побудить читателя глубже разобраться в основах квантовой механики и простимулировать постановку новых экспериментов.

Дополнительная литература, предложенная Ю.И. Богдановым

1. Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: надежда и реальность. — Ижевск, РХД, 2001. — 352 с.
2. Валиев К.А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления. — УФН, 2005, т. 175, № 1, с. 3—39.
3. Богданов Ю.И., Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: достижения, трудности реализации и перспективы. — Микроэлектроника, 2011, т. 40, № 4.
4. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. — М.: Мир, 2006. — 824 с.
5. Прескилл Дж. Квантовая информация и квантовые вычисления, т. 1. — М.-Ижевск, РХД, 2008. — 464 с.
6. Холево А.С. Введение в квантовую теорию информации. — М.: МЦНМО, 2002. — 128 с.



# ГЛАВА I

## ИСТОРИЯ ВОПРОСА

В начале прошлого века были проделаны эксперименты, результаты которых не укладывались в понятия классической физики и которые привели по существу к рождению квантовой физики. В квантовой механике было введено понятие волновой функции, которая непосредственно не имеет физического смысла, но, тем не менее, позволяет описать эволюцию квантовых систем во времени, а квадрат модуля волновой функции имеет смысл пространственно-временного распределения плотности вероятности этой системы.

Наибольшее число вопросов вызывает изложение квантовой механики инфинитного движения частиц. С какой бы общностью не пытались получить уравнение Шредингера [1, 2], все сводится к одному (по Шредингеру). Взято классическое выражение для энергии  $E$  свободной частицы массой  $m$ , которая движется с импульсом  $p$ :

$$E = p^2 / 2m \quad (1.1)$$

и написано дифференциальное уравнение на языке плоских волн де Бройля для этого выражения:

$$\Psi(p, t) = Ae^{i\left(\frac{\bar{p}r - Et}{\hbar}\right)}. \quad (1.2)$$

Получается уравнение Шредингера для свободной частицы, которое с помощью волновой функции  $\Psi$  описывает ее эволюцию в пространстве и времени:

$$i \hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi, \quad (1.3)$$

где оператор Гамильтона для свободной частицы имеет вид:

$$\hat{H} = (\hat{p})^2 / 2m = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right),$$

$\hbar$  — постоянная Планка.

Уравнение Шредингера является комплексным, ему соответствуют два действительных уравнения. Волновая функция также является комплексной и, как уже говорилось, не имеет физического смысла. Физический смысл имеет плотность вероятности, собствен-

венно она описывает эволюцию частицы в пространстве и времени:

$$\rho(\vec{r}, t) = \Psi \cdot \Psi^*, \quad (1.4)$$

где  $\Psi^*$  является комплексно сопряженной функцией.

И здесь возникает первое противоречие. Подставляя (1.2) в (1.4) получаем, что плотность вероятности свободной частицы постоянна во всем пространстве. Это необъяснимый факт. Получается, что плотность вероятности для свободной частицы, движущейся с импульсом  $\vec{P}$ , не зависит от координат и времени, т. е. является постоянной во всем пространстве. Это противоречит экспериментальным данным. Попытка воспользоваться принципом суперпозиции и создать волновой пакет ни к чему не привела. Волновой пакет расплывается в пространстве и времени. В связи с этим один из современных способов решения квантовых задач инфинитного движения заключается в описании движения с помощью огибающей волнового пакета на характерных размерах и временах, много меньших, чем параметры расплывания пакета. В дальнейшем при решении конкретных задач будут показаны и другие противоречия описания инфинитного движения с помощью волновой функции де Бройля.

Собственно с этого начинаются факты, лежащие в описании инфинитного движения в квантовой механике и не понятные до сих пор. На наш взгляд, одной из причин такого положения является то, что на заре зарождения квантовой механики отказались от описания квантовых систем с помощью физических величин. Это дорогая плата за введение нефизической функции  $\Psi$ . Дело в том, что при интерпретации квантовой механики в физических переменных без использования  $\Psi$  можно не только продвинуться в преодолении противоречий, имеющихся в квантовой механике, но и предсказать новые физические эффекты и экспериментально доказать их.

Как оказалось, после публикации Э. Шредингером своего уравнения на эту тему откликнулся Е. Маделунг и в 1926 году опубликовал уравнения движения квантовой частицы в физических переменных, которые имели квазигидродинамический вид. Одно из двух уравнений оказалось нелинейным. Раскопал всю эту библиографию Д. Бом, американский физик, который в 1950-х годах внес значительный вклад в развитие квазигидродинамического представления описания квантовых систем [3, 4]. С тех пор нелинейный метод описания движения квантовых частиц с помощью величин, имеющих физический смысл, использовался для решения квантовых задач. Например, при численных расчетах рассеяния квантовых частиц оказалось более удобным использовать ква-

зигидродинамическое представление [5]. В конечном счете, использование квазигидродинамического представления оправдано, если получены новые результаты, которые подтверждаются экспериментально или могут иметь экспериментальное подтверждение.

Возможно, одной из причин того, что не «прижилось» квазигидродинамическое представление, является то, что одно из уравнений является нелинейным, которое весьма трудно решать аналитически. Впрочем, в квантовой механике не много решенных аналитически задач даже с использованием линейного уравнения Шредингера.

Поиск не тривиальных решений для инфинитных одночастичных состояний привел нас к решениям уравнения Шредингера в гидродинамическом представлении. Квантовые гидродинамические уравнения позволяют описывать последовательно инфинитные состояния квантовых частиц. При необходимости полученные результаты можно удостоверить с помощью традиционных решений уравнений Шредингера. Обращение к квантовым гидродинамическим уравнениям с физическими величинами позволяют несколько иначе взглянуть на давно известные результаты для одночастичных инфинитных состояний [6–8]. Заметим, что квазигидродинамическое представление движения встречается с большими трудностями при описании системы взаимодействующих частиц.

## Литература

1. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. — М.: Наука, 1976. — 664 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — М.: Гиз. ФМЛ, 1963. — 702 с.
3. Вопросы причинности в квантовой механике. Сб. переводов/Под ред. Я.П. Терлецкого и А.А. Гусева. — М.: ИЛ 1955, с. 34.
4. Ghosh S. K., Deb B. M. Densities, Density-Functionals and Electron Fluids. *Physics Reports (Review Section of Physics Letters)*. **92** No 1 (1982).
5. Алексеев Б.В., Абакумов А.И. Об одном подходе к решению уравнения Шредингера. Доклады РАН, 1982, т. 262, с. 1100.
6. Неволин В.К. Пространственная локализация свободных квантовых частиц. *Наноматериалы и нанотехнологии*, 2012, № 3, с. 39–44.
7. Неволин В.К. Атом водорода: что нового? *Наноинженерия*, 2012, № 12, с. 44–46.
8. Неволин В.К. Атом водорода: что нового? Часть II. *Наноинженерия*, 2013. № 2, с. 46–48.

## ГЛАВА 2

# ПОЛНАЯ ЭНЕРГИЯ И ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ СВОБОДНОЙ ЧАСТИЦЫ [2]

К сожалению, нередко в учебниках по квантовой механике выражением для полной энергии свободной частицы считается формула (1.1). Напишем ее еще раз:

$$E = p^2 / 2m. \quad (2.1)$$

Однако эта формула описывает только энергию поступательного движения частицы. Частица совершает одновременно еще квантовое движение и это ее неотъемлемое свойство, в каких бы она состояниях не находилась — финитных или инфинитных. Таким образом, свободная частица одновременно участвует в двух движениях («корпускулярно-волновой дуализм») и каждому движению должна соответствовать своя энергия.

Пусть оператор Гамильтона частицы массы  $m$ , совершающей свободное движение, имеет вид:

$$\hat{H} = (\hat{\mathbf{p}})^2 / 2m. \quad (2.2)$$

В квантовой механике договорились и приняли, что реальной физической величине соответствует квантово-механическое среднее от соответствующего оператора. Тогда энергия частицы равна:

$$E = \langle \hat{H} \rangle = \langle (\hat{\mathbf{p}})^2 \rangle / 2m = \langle \mathbf{p} \rangle^2 / 2m + \langle (\delta \mathbf{p})^2 \rangle / 2m. \quad (2.3)$$

Здесь принято:

$$E = \langle \hat{H} \rangle = \int \Psi^* \hat{H} \Psi d\mathbf{r} \text{ и } \langle (\hat{\mathbf{p}} - \langle \mathbf{p} \rangle)^2 \rangle = \langle (\delta p)^2 \rangle.$$

Можно видеть, что квантовая частица одновременно участвует в двух движениях: совершая поступательное движение с кинетической энергией

$$E_k = \langle \mathbf{p} \rangle^2 / 2m$$

и чисто квантовое с энергией квантовой нелокальности движения, обусловленной флуктуациями импульса

$$\delta\varepsilon = \langle (\delta\mathbf{p})^2 \rangle / 2m.$$

Таким образом,

$$E = E_k + \delta\varepsilon. \quad (2.4)$$

Используем принцип суперпозиции квантовых состояний для частицы, участвующей одновременно в двух движениях, и запишем волновую функцию в виде:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{\sqrt{\rho_0}}{2} \left( e^{\frac{i(\mathbf{p}_1\mathbf{r}-E_1t)}{\hbar}} + e^{\frac{i(\mathbf{p}_2\mathbf{r}-E_2t)}{\hbar}} \right). \quad (2.5)$$

Положим:

$$\langle \mathbf{p} \rangle = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) / 2, \quad \delta\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) / 2;$$

$$E_1 = p_1^2 / 2m, \quad E_2 = p_2^2 / 2m, \quad E = (E_1 + E_2) / 2.$$

Обозначим далее  $\langle \mathbf{p} \rangle = \mathbf{p}$ . Тогда плотность вероятности свободной частицы, совершающей инфинитное движение, будет иметь вид:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0 \cos^2 \left( \frac{\delta\mathbf{p}(\mathbf{r} - t\mathbf{p}/m)}{\hbar} \right). \quad (2.6)$$

Здесь предполагается, что начальная фаза волны равна нулю. Тогда один из максимумов плотности вероятности совпадает с классическим местоположением частицы, и этот центр перемещается в пространстве с импульсом  $\mathbf{p}$ . Использование большего числа волновых функций для написания суперпозиции, описывающей движение свободной частицы, приводит к известной проблеме — расплыванию  $\rho$  в пространстве со временем для каждой частицы. Принимая обозначения для полной энергии частицы  $E$  и среднего импульса  $\mathbf{p}$ , волновую функцию частицы из формулы (2.5) можно преобразовать к виду:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\rho_0} \cos \left( \frac{\delta\mathbf{p}(\mathbf{r} - t\mathbf{p} / m)}{\hbar} \right) e^{\frac{i(pr-Et)}{\hbar}}. \quad (2.7)$$

Формула (2.7) показывает, что амплитуда плоской волны модулируется гармонической функцией и ее максимум распространяется в пространстве с классической скоростью  $\mathbf{p}/m$ . Период осцилляции амплитуды в пространстве подчиняется следующим соотношениям для любого момента времени:

$$\delta p_x \cdot \delta x = 2\pi\hbar, \quad \delta p_y \cdot \delta y = 2\pi\hbar, \quad \delta p_z \cdot \delta z = 2\pi\hbar. \quad (2.7a)$$